

2023

# Realschulabschluss

Original-Prüfungsaufgaben

**MEHR  
ERFAHREN**

Thüringen

## Mathematik

- + *Lernvideos*
- + *Ausführliche Lösungen*
- + *Hinweise und Tipps*

ActiveBook  
• Interaktives  
Training

Original-Prüfungsaufgaben

**2022** zum Download

**STARK**

# Inhalt

Hinweise  
Lernvideos

## **Abschlussprüfungsaufgaben**

---

### **Abschlussprüfung 2016**

Pflichtaufgaben 1–9 . . . . .	2016-1
Wahlaufgabe 10: Schwerpunkt Arithmetik/Algebra . . . . .	2016-4
Wahlaufgabe 11: Schwerpunkt Funktionen . . . . .	2016-5
Wahlaufgabe 12: Schwerpunkt Geometrie . . . . .	2016-6
Wahlaufgabe 13: Schwerpunkt Stochastik . . . . .	2016-7
Lösungen . . . . .	2016-8

### **Abschlussprüfung 2017**

Pflichtaufgaben 1–8 . . . . .	2017-1
Wahlaufgabe 9: Stochastik . . . . .	2017-5
Wahlaufgabe 10: Geometrie . . . . .	2017-6
Wahlaufgabe 11: Funktionen . . . . .	2017-6
Wahlaufgabe 12: Arithmetik/Algebra . . . . .	2017-7
Lösungen . . . . .	2017-8

### **Abschlussprüfung 2018**

Pflichtaufgaben 1–8 . . . . .	2018-1
Wahlaufgabe 9: Geometrie . . . . .	2018-4
Wahlaufgabe 10: Stochastik . . . . .	2018-5
Wahlaufgabe 11: Funktionen . . . . .	2018-5
Wahlaufgabe 12: Arithmetik/Algebra . . . . .	2018-6
Lösungen . . . . .	2018-7

### **Abschlussprüfung 2019**

Pflichtaufgaben 1–8 . . . . .	2019-1
Wahlaufgabe 9: Funktionen . . . . .	2019-6
Wahlaufgabe 10: Stochastik . . . . .	2019-6
Wahlaufgabe 11: Arithmetik/Algebra . . . . .	2019-7
Wahlaufgabe 12: Geometrie . . . . .	2019-8
Lösungen . . . . .	2019-9

*Fortsetzung siehe nächste Seite*

## Abschlussprüfung 2020

Pflichtaufgaben 1–7 . . . . .	2020-1
Wahlaufgabe 8: Geometrie . . . . .	2020-5
Wahlaufgabe 9: Funktionen . . . . .	2020-6
Wahlaufgabe 10: Stochastik . . . . .	2020-7
Wahlaufgabe 11: Arithmetik/Algebra . . . . .	2020-7
Lösungen . . . . .	2020-8

## Abschlussprüfung 2021

Pflichtaufgaben 1–8 . . . . .	2021-1
Wahlaufgabe 9: Geometrie . . . . .	2021-4
Wahlaufgabe 10: Funktionen . . . . .	2021-5
Wahlaufgabe 11: Stochastik . . . . .	2021-6
Wahlaufgabe 12: Arithmetik/Algebra . . . . .	2021-7
Lösungen . . . . .	2021-8

**Abschlussprüfung 2022 . . . . . [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)**

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Farbseiten vorne im Buch).



Dein Coach zum Erfolg: Mit dem **Interaktiven Training** kannst du online auf MyStark mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren. Am besten gleich ausprobieren!

Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

**Autoren:** Winfried Jahn, Siegfried Koch

# Hinweise

**Liebe Schülerin, lieber Schüler,**

die **Prüfungsaufgaben** im Fach Mathematik werden in Thüringen zentral vom Kultusministerium gestellt. Die Aufgaben unterteilen sich in einen Pflicht- und einen Wahlteil. Die **Pflichtaufgaben** müssen alle Schülerinnen und Schüler lösen. Von den vier **Wahlaufgaben** wählst du zwei Aufgaben zur Bearbeitung aus.

Die **Verteilung der Bewertungseinheiten (BE)** bzw. der Punkte für die jeweilige Aufgabe steht immer am Ende des Textes. Bis zum Jahrgang 2018 gab es für die Pflichtaufgaben insgesamt 24 Punkte und für die Wahlaufgaben insgesamt 12 Punkte. Seit dem Jahrgang 2019 gibt es für die Pflichtaufgaben (inkl. Arbeitsblatt) insgesamt 40 BE und für die Wahlaufgaben insgesamt 20 BE.

Seit 2019 ist das **Arbeitsblatt** fester Bestandteil der Pflichtaufgaben. Es besteht aus mehreren kurzen Aufgaben aus verschiedenen Themengebieten. Insgesamt können auf dem Arbeitsblatt 10 BE erzielt werden.

Die **Arbeitszeit** beträgt insgesamt 180 Minuten. Als Hilfsmittel sind eine Formelsammlung und ein Taschenrechner, der weder programmierbar noch grafikfähig ist, zugelassen.

Direkt vor der Lösung jeder einzelnen Aufgabe findest du **Lösungshinweise** und **Tipps**. Diese helfen dir, selbst zum Ziel zu kommen und zunächst die Lösung **selbstständig** zu rechnen. Fällt dir die Lösung also nicht sofort ein, lies zunächst die Hinweise und Tipps und versuche es danach noch einmal!

Die **Lösungswege** zu den einzelnen Aufgaben sind **ausführlich und schülergerecht** beschrieben, d. h. für alle nachvollziehbar. Bei jeder Aufgabe wird *mindestens ein* gängiger Lösungsweg vorgestellt. Alternativen sind jederzeit möglich. Besonderer Wert wurde auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen, z. B. Skizzen, gelegt.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abschlussprüfung vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu auf der **Plattform MyStark** (Zugangscodex vgl. Farbseiten vorne im Buch).

Die Autoren und der Stark Verlag wünschen dir für die Prüfung viel Erfolg!



**Realschulabschluss 2020 Mathematik (Thüringen)**  
**Pflichtaufgaben**

**Pflichtaufgabe 1**

Lösen Sie die Aufgaben a) bis f) auf dem Arbeitsblatt.

(10 BE)

**Arbeitsblatt**

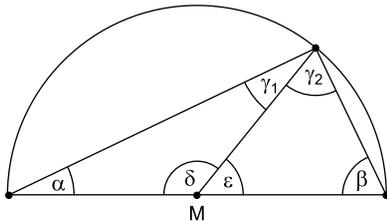
a) Kreuzen Sie den zu  $-3x \cdot (0,5x - 2)$  äquivalenten Term an.

(1 BE)

- $1,5x^2 + 6x$     
   $-1,5x^2 - 6x$     
   $-1,5x^2 + 6x$     
   $-1,5x^2 + 2$

b) Geben Sie  $\alpha$  und  $\beta$  an, wenn  $\delta = 140^\circ$  ist.

(2 BE)



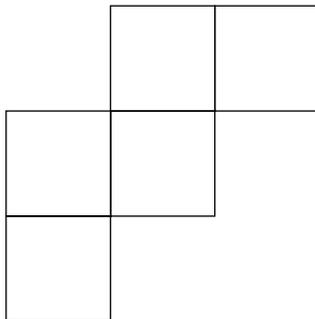
$\alpha =$  \_\_\_\_\_

$\beta =$  \_\_\_\_\_

Skizze nicht maßstäblich

c) Ergänzen Sie die Darstellung zu einem vollständigen Würfelnetz.

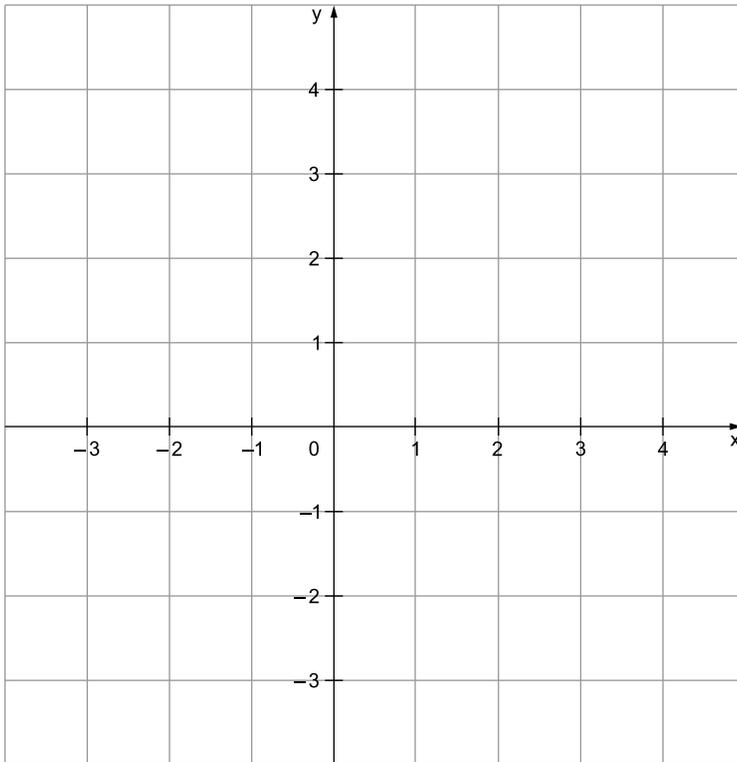
(1 BE)



d) Bestimmen Sie die Nullstelle von  $y = f(x) = \frac{1}{2}x + 1$  grafisch.

(2 BE)

$x_0 =$  \_\_\_\_\_



e) Ein Skatspiel besteht aus den Karten 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König und Ass. Jede Karte gibt es in vier verschiedenen Farben. Eine Karte wird zufällig gezogen.

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine „Dame“ gezogen wird.

(2 BE)

f) Berechnen Sie. Geben Sie das Ergebnis in Liter an.

(2 BE)

$$32,6 \text{ m}^3 - 556 \ell =$$

**Realschulabschluss 2020 Mathematik (Thüringen)**  
**Wahlaufgaben**

Von den folgenden Wahlaufgaben sind **zwei** zu bearbeiten. Sollten Sie weitere Aufgaben bearbeiten, werden die Aufgaben gewertet, bei denen die meisten BE erreicht wurden.

**Wahlaufgabe 8 – Geometrie**

---

- 8.1** Ein Parallelogramm hat die Seitenlängen 7,0 cm und 12,0 cm.  
Ein Innenwinkel ist  $55^\circ$ .
- a) Berechnen Sie die Länge einer Diagonalen des Parallelogramms. (2 BE)
- b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms. (2 BE)
- c) Begründen Sie, dass der Flächeninhalt eines jeden Parallelogramms ( $\alpha \neq 90^\circ$ ) immer kleiner als der Flächeninhalt des seitengleichen Rechtecks ist. (2 BE)
- 8.2** Auf einem Schild am Burgsee in Bad Salzungen steht:

**BURGSEE**

größte Tiefe: 25,5 m  
Seefläche: 102 887 m<sup>2</sup>  
Länge Rundweg um den See: 1 150 m



© dk0747/wikipedia, CC BY 2.0

- Entscheiden Sie, ob der Burgsee annähernd kreisförmig ist.  
Begründen Sie rechnerisch. (4 BE)

**Realschulabschluss 2020 Mathematik (Thüringen)**  
**Lösungen Pflichtaufgaben**

**Pflichtaufgabe 1**

---

**a) Ankreuzen des äquivalenten Terms**

- /// Zwei Terme sind äquivalent, wenn sie durch Umformungen ineinander umgewandelt werden können.
- /// Vereinfache den gegebenen Term durch Ausmultiplizieren, vergleiche und kreuze an.

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{gegebenen Term: } & -3x \cdot (0,5x - 2) && | \text{ Ausmultiplizieren} \\ & = -3x \cdot 0,5x - 3x \cdot (-2) \\ & = -1,5x^2 + 6x \end{aligned}$$

Ankreuzen:   $-1,5x^2 + 6x$

**b) Angeben von  $\alpha$  und  $\beta$**

- /// Die Figur zeigt einen Halbkreis mit dem Mittelpunkt M.
- /// Erkenne in der Figur die Dreiecke mit folgenden Winkeln:
- /// Dreieck 1:  $\alpha$ ,  $\delta$  und  $\gamma_1$ ; Dreieck 2:  $\varepsilon$ ,  $\beta$  und  $\gamma_2$ ; Dreieck 3:  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma_1 + \gamma_2$
- /// Bei der Lösung hilft dir der Innenwinkelsummensatz und eventuell der Satz des Thales.

Lösung:

gegeben:  $\delta = 140^\circ$

gesucht:  $\alpha$ ,  $\beta$

Innenwinkelsummensatz im Dreieck 1:

$$\alpha + \delta + \gamma_1 = 180^\circ$$

$\alpha$  und  $\gamma_1$  sind Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck 1, da die beiden von M ausgehenden Seiten Radien des Kreises sind. Es folgt  $\alpha = \gamma_1$  und damit:

$$\alpha + \alpha + \delta = 180^\circ$$

$$2\alpha + 140^\circ = 180^\circ \quad | -140^\circ$$

$$2\alpha = 40^\circ \quad | :2$$

$$\alpha = 20^\circ$$

Innenwinkelsummensatz im Dreieck 2:

$$\varepsilon + \beta + \gamma_2 = 180^\circ$$

$\varepsilon$  ist Nebenwinkel von  $\delta$ :

$$\delta + \varepsilon = 180^\circ$$

$$140^\circ + \varepsilon = 180^\circ \quad | -140^\circ$$

$$\varepsilon = 40^\circ$$

$\beta$  und  $\gamma_2$  sind Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck 2, da die beiden von M ausgehenden Seiten Radien des Kreises sind. Es folgt  $\beta = \gamma_2$  und damit:

$$\varepsilon + \beta + \beta = 180^\circ$$

$$40^\circ + 2\beta = 180^\circ \quad | -40^\circ$$

$$2\beta = 140^\circ \quad | :2$$

$$\beta = 70^\circ$$

*Alternative Lösung zur Bestimmung von  $\beta$ :*

Das Dreieck 3 mit den Winkeln  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma_1 + \gamma_2$  ist nach dem Satz des Thales rechtwinklig.

Es gilt:

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 90^\circ$$

Innenwinkelsummensatz für Dreieck 3:

$$\alpha + \beta + (\gamma_1 + \gamma_2) = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$$

Mit  $\alpha = 20^\circ$  folgt:

$$20^\circ + \beta + 90^\circ = 180^\circ \quad | -20^\circ - 90^\circ$$

$$\beta = 70^\circ$$

Angaben der Winkel:

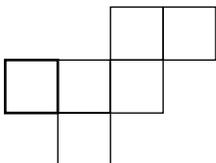
$$\alpha = 20^\circ$$

$$\beta = 70^\circ$$

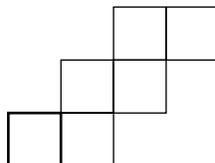
### c) Ergänzen zu einem vollständigen Würfelnetz

Beachte, dass ein Würfelnetz immer aus 6 entsprechend angeordneten Quadraten besteht. Überlege, an welcher Stelle der Figur die Ergänzung von einem Quadrat zu einem Würfelnetz führt. Es gibt mehrere Lösungsmöglichkeiten.

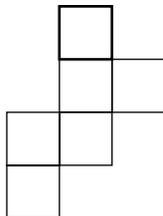
*Lösung:*



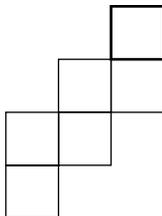
oder



oder



oder





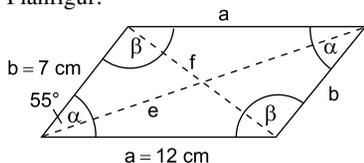
**Wahlaufgabe 8 – Geometrie**

**8.1 a) Berechnen der Länge einer Diagonalen des Parallelogramms**

- ▧ Fertige zunächst eine Planfigur an.
- ▧ Mit dem Kosinussatz kannst du die Berechnung durchführen.
- ▧ Alternativ kannst du die Berechnung der Länge der anderen Diagonalen ausführen.

*Lösung:*

Planfigur:



gegeben:  $a = 12 \text{ cm}$   
 $b = 7 \text{ cm}$   
 $\alpha = 55^\circ$

gesucht: Diagonale  $f$  in cm

Berechnung der Länge von  $f$  mit dem Kosinussatz:

$$f^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha \quad | \sqrt{\phantom{x}}$$

$$f = \sqrt{(12 \text{ cm})^2 + (7 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 12 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} \cdot \cos 55^\circ}$$

$$\mathbf{f \approx 9,8 \text{ cm}}$$

Die Länge der Diagonalen  $f$  im Parallelogramm beträgt etwa 9,8 cm.

*Alternative: Berechnung der Länge der Diagonalen  $e$*

Berechnung des Winkels  $\beta$ :

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$55^\circ + \beta = 180^\circ \quad | -55^\circ$$

$$\beta = 125^\circ$$

Berechnung der Länge von  $e$  mit dem Kosinussatz:

$$e^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \beta \quad | \sqrt{\phantom{x}}$$

$$e = \sqrt{(12 \text{ cm})^2 + (7 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 12 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} \cdot \cos 125^\circ}$$

$$\mathbf{e \approx 17 \text{ cm}}$$

Die Länge der Diagonalen  $e$  im Parallelogramm beträgt etwa 17 cm.

## b) Berechnen des Flächeninhaltes des Parallelogramms

Die Diagonale  $f$  zerlegt das Parallelogramm in zwei flächengleiche Dreiecke.  
Berechne den Flächeninhalt eines Dreiecks und verdoppele den Wert, dann erhältst du den Flächeninhalt des Parallelogramms.  
Alternativ kannst du den Flächeninhalt mithilfe der Höhe des Parallelogramms berechnen.

*Lösung:*

Berechnung des Flächeninhalts eines der beiden flächengleichen Dreiecke:

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} \cdot \sin 55^{\circ}$$

$$A_{\Delta} \approx 34,4 \text{ cm}^2$$

Berechnung des Flächeninhalts des Parallelogramms:

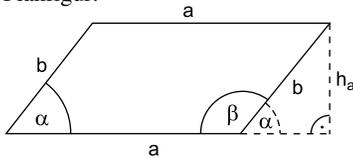
$$A_{\square} = 2 \cdot A_{\Delta}$$

$$A_{\square} \approx 2 \cdot 34,4 \text{ cm}^2$$

$$\mathbf{A_{\square} \approx 68,8 \text{ cm}^2}$$

*Alternative Lösung mit der Höhe des Parallelogramms:*

Planfigur:



Berechnung der Höhe des Parallelogramms:

$$\sin \alpha = \frac{h_a}{b} \quad | \cdot b$$

$$h_a = b \cdot \sin \alpha$$

$$h_a = 7 \text{ cm} \cdot \sin 55^{\circ}$$

$$h_a \approx 5,73 \text{ cm}$$

Berechnung des Flächeninhalts des Parallelogramms:

$$A_{\square} = a \cdot h_a$$

$$A_{\square} \approx 12 \text{ cm} \cdot 5,73 \text{ cm}$$

$$\mathbf{A_{\square} \approx 68,8 \text{ cm}^2}$$

## c) Begründen, dass der Flächeninhalt eines Parallelogramms immer kleiner als der Flächeninhalt des seitengleichen Rechtecks ist

Vergleiche die Flächeninhaltsformel des Rechtecks mit der Flächeninhaltsformel des Parallelogramms.

*Lösung:*

Rechteck:  $A = a \cdot b$

Parallelogramm:  $A = a \cdot h_a$  mit  $h_a = b \cdot \sin \alpha$

Es folgt für das Parallelogramm:

$$A = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

Vergleich:

$a \cdot b > a \cdot b \cdot \sin \alpha$ , da der Wert für  $\sin \alpha$  mit  $0 < \alpha < 90^\circ$  stets kleiner ist als 1.

Damit ist gezeigt, dass der Flächeninhalt des Parallelogramms stets kleiner ist als der Flächeninhalt des Rechtecks.

## 8.2 Entscheiden und rechnerisch begründen, ob der Burgsee annähernd kreisförmig ist

- /// Entnimm dem Text alle nötigen Angaben.
- /// Beachte, dass der Wert „größte Tiefe“ für die Berechnung keine Bedeutung hat.
- /// Betrachte die Länge des Rundweges als Kreisumfang, berechne den dazugehörigen Radius und dann damit den Flächeninhalt des Kreises.
- /// Vergleiche die berechnete Kreisfläche mit der angegebenen Seefläche.

*Lösung:*

Ist der Burgsee näherungsweise kreisförmig, so entspricht die Länge  $u$  des Rundweges dem Kreisumfang und es gilt für den Radius  $r$ :

$$u = 2\pi r$$

$$1150 \text{ m} = 2\pi r \quad | : 2\pi$$
$$r \approx 183 \text{ m}$$

Berechnung des Flächeninhalts eines möglichen Kreises:

$$A = \pi r^2$$

$$A \approx \pi \cdot (183 \text{ m})^2$$

$$A \approx 105\,209 \text{ m}^2$$

Vergleich:

Der berechnete Flächeninhalt  $105\,209 \text{ m}^2$  und die mit  $102\,887 \text{ m}^2$  angegebene Größe der Seefläche liegen nahe beieinander. Somit liegt der Schluss nahe, dass es sich annähernd um eine Kreisform handelt.

- /// *Hinweis:* Man könnte durchaus auch zu dem Schluss kommen, dass der See nicht kreisförmig ist, da die berechnete und die tatsächliche Seegröße verschieden sind. Wichtig bei deiner Lösung ist eine schlüssige Argumentation mithilfe eines sinnvollen Rechenwegs.

*Alternative: Vergleich der Radien*

- /// Berechne aus der angegebenen Größe der Seefläche und aus der Länge des Rundweges jeweils den dazugehörigen Radius und vergleiche die beiden Radien.

Berechnung des Radius aus der angegebenen Seefläche:

$$A = \pi r_S^2$$

$$102\,887 \text{ m}^2 = \pi \cdot r_S^2 \quad | : \pi$$

$$r_S^2 = 102\,887 \text{ m}^2 : \pi$$

$$r_S^2 \approx 32\,750 \text{ m}^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$r_S \approx 181 \text{ m}$$



© **STARK Verlag**

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

**STARK**