

Inhalt

1	Rechenoperationen	13
1.1	Grundbegriffe der Mengenlehre und Logik	13
1.1.0	Vorbemerkung	13
1.1.1	Begriff der Menge	13
1.1.2	Relationen zwischen Mengen	16
1.1.3	Operationen mit Mengen	19
1.2	Zahlenbereiche	23
1.2.0	Vorbemerkung	23
1.2.1	Bereich der reellen Zahlen und seine Teilbereiche	23
1.2.2	Zahlensysteme	25
1.2.3	Intervalle, absoluter Betrag, Runden von Zahlen	27
1.3	Rechenoperationen erster und zweiter Stufe	32
1.3.0	Vorbemerkung	32
1.3.1	Grundbegriffe	32
1.3.2	Rechenoperationen mit Zahlen	34
1.3.3	Algebraische Summen	35
1.3.4	Bruchrechnung	39
1.3.5	Proportionen	44
1.3.6	Summenzeichen	49
1.4	Rechenoperationen dritter Stufe	51
1.4.0	Vorbemerkung	51
1.4.1	Rechnen mit Potenzen und Wurzeln	51
1.4.2	Rechnen mit Logarithmen	61
1.4.3	Potenz eines Binoms	68
1.5	Aufgaben	71
1.6	Lösungen	80
2	Gleichungen und Ungleichungen	86
2.1	Gleichungen mit einer Variablen	86
2.1.0	Vorbemerkung	86
2.1.1	Grundbegriffe	86
2.1.2	Lösen von algebraischen Gleichungen	90
2.1.3	Lösen von transzendenten Gleichungen	99
2.1.4	Lösen von Gleichungen durch Näherungsverfahren	104
2.2	Ungleichungen	110
2.2.0	Vorbemerkung	110
2.2.1	Grundbegriffe	110
2.2.2	Einfache Typen linearer Ungleichungen	111
2.3	Lineare Gleichungssysteme	113
2.3.0	Vorbemerkung	113

2.3.1	Herkömmliche Lösungsverfahren.....	114
2.3.2	Lösbarkeitsbetrachtungen.....	117
2.3.3	Gauß'scher Algorithmus.....	120
2.3.4	Determinantenverfahren.....	125
2.4	Aufgaben.....	131
2.5	Lösungen.....	138

3

Geometrie.....143

3.1	Planimetrie.....	143
3.1.0	Vorbemerkung.....	143
3.1.1	Grundbegriffe.....	143
3.1.2	Winkel an sich schneidenden Geraden.....	146
3.1.3	Bewegungen in der Ebene, Kongruenz, Symmetrie.....	147
3.1.4	Grundkonstruktionen.....	151
3.1.5	Ähnlichkeit.....	154
3.1.6	Allgemeines Dreieck.....	156
3.1.7	Rechtwinkliges, gleichschenkliges und gleichseitiges Dreieck....	163
3.1.8	Viereck.....	166
3.1.9	Regelmäßiges n -Eck.....	168
3.1.10	Kreis.....	170
3.1.11	Flächeninhalte.....	174
3.2	Stereometrie.....	180
3.2.0	Vorbemerkung.....	180
3.2.1	Quader.....	181
3.2.2	Prisma und Pyramide.....	183
3.2.3	Prismatoid.....	188
3.2.4	Zylinder und Kegel.....	190
3.2.5	Cavalierisches Prinzip.....	195
3.2.6	Kugel und Kugelteile.....	195
3.3	Aufgaben.....	200
3.4	Lösungen.....	208

4

Trigonometrie.....215

4.1	Goniometrie.....	215
4.1.0	Vorbemerkung.....	215
4.1.1	Winkelmessung.....	215
4.1.2	Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck.....	216
4.1.3	Winkelfunktionen für beliebige Winkel.....	222
4.1.4	Quadrantenrelationen.....	225
4.1.5	Zusammenhang zwischen den Funktionswerten eines Winkels..	231
4.1.6	Additionstheoreme.....	233
4.2	Dreiecksberechnung.....	237
4.2.1	Allgemeines.....	237
4.2.2	Sinus- und Kosinussatz.....	238
4.2.3	Grundaufgaben der Dreiecksberechnung.....	244
4.2.4	Weitere Anwendungen.....	246
4.3	Aufgaben.....	252
4.4	Lösungen.....	258

5 Funktionen 263

5.0	Vorbemerkung	263
5.1	Der Funktionsbegriff	263
5.1.1	Die Definition einer Funktion	263
5.1.2	Darstellungsformen von Funktionen	264
5.1.3	Eigenschaften von Funktionen	269
5.1.4	Die Umkehrfunktion	271
5.2	Lineare Funktionen (Geraden)	274
5.2.1	Die analytischen Darstellungsarten linearer Funktionen	274
5.2.2	Die lineare Funktion und ihre Umkehrfunktion	277
5.2.3	Lagebeziehungen zwischen Geraden	279
5.3	Quadratische Funktionen (Parabeln)	283
5.3.1	Die Darstellungsarten quadratischer Funktionen	283
5.3.2	Die Umwandlung zwischen den Darstellungsarten quadratischer Funktionen	288
5.3.3	Die Umkehrfunktion der quadratischen Funktion	291
5.4	Potenz- und Wurzelfunktionen	293
5.4.1	Potenzfunktionen und ihre Eigenschaften	293
5.4.2	Wurzelfunktionen und ihre Eigenschaften	295
5.5	Ganzrationale Funktionen	296
5.6	Gebrochenrationale Funktionen	300
5.7	Exponential- und Logarithmusfunktionen	303
5.7.1	Exponentialfunktionen und ihre Eigenschaften	303
5.7.2	Logarithmusfunktionen und ihre Eigenschaften	306
5.8	Trigonometrische Funktionen und ihre Umkehrfunktionen	307
5.9	Der Einfluss von Funktionsparametern auf Funktionsgraphen	313
5.10	Bestimmung von Funktionsgleichungen	322
5.11	Aufgaben	326
5.12	Lösungen	333

6 Zahlenfolgen 341

6.0	Vorbemerkung	341
6.1	Grundbegriffe	341
6.2	Arithmetische Folgen	344
6.3	Geometrische Folgen	348
6.4	Anwendungsbeispiele der geometrischen Folge	350
6.5	Grenzwert einer Zahlenfolge	355
6.6	Grenzwert einer Funktion	359
6.6.1	Grenzwert einer Funktion an der Stelle $x = a$	359
6.6.2	Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \pm\infty$	363
6.7	Aufgaben	364
6.8	Lösungen	366

7	Differenzialrechnung	369
7.0	Vorbemerkung	369
7.1	Grundbegriffe	369
7.2	Ableitung der Potenzfunktion	374
7.3	Ableitung einer konstanten Funktion und einer Funktion mit konstantem Faktor	376
7.4	Ableitung einer Summe von Funktionen	376
7.5	Differenzial einer Funktion	377
7.6	Weitere Grundregeln der Differenzialrechnung	381
7.6.1	Ableitung eines Produktes von Funktionen	381
7.6.2	Ableitung eines Quotienten zweier Funktionen	382
7.7	Regeln für die Ableitung weiterer Funktionen	384
7.8	Höhere Ableitungen	386
7.9	Geometrische Interpretation der ersten und zweiten Ableitung	387
7.10	Kurvendiskussion	392
7.11	Extremwertaufgaben	398
7.12	Aufstellen von Funktionsgleichungen mittels der Ableitungen	401
7.13	Aufgaben	404
7.14	Lösungen	407
8	Integralrechnung	413
8.0	Vorbemerkung	413
8.1	Unbestimmtes Integral	413
8.2	Bestimmtes Integral	416
8.3	Eigenschaften bestimmter Integrale	421
8.4	Bestimmtes Integral als Grenzwert einer Summenfolge	422
8.5	Flächeninhalte ebener Flächen zwischen einer Kurve und der x -Achse	426
8.6	Flächen zwischen zwei Kurven	428
8.7	Integration durch Substitution	431
8.8	Der Rauminhalt von Rotationskörpern	433
8.9	Numerische Integration	436
8.10	Aufgaben	440
8.11	Lösungen	441
9	Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung	443
9.0	Vorbemerkung	443
9.1	Zufällige Erscheinungen und Ereignisse	443
9.2	Wahrscheinlichkeitsbegriff	446
9.3	Anzahl von Ergebnissen und Wahrscheinlichkeiten mehrstufiger Zufallsversuche	453
9.4	Simulation von Zufallsversuchen	466
9.5	Aufgaben	471
9.6	Lösungen	473

10	Einführung in die Statistik	475
10.0	Vorbemerkung	475
10.1	Statistische Erhebung, Auswertung und Darstellung von Daten	475
10.2	Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilung	495
10.3	Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung	499
10.4	Binomialverteilte Zufallsgrößen	502
10.5	Anwendungen zur Binomialverteilung	504
10.6	Aufstellen und Testen von Hypothesen	510
10.7	Anwendungsaufgaben	514
10.8	Die Poisson-Verteilung	516
10.9	Die Normalverteilung	519
10.10	Anwendungen der Normalverteilung	524
10.11	Exponentialverteilung	526
10.12	Aufgaben	527
10.13	Lösungen	532
11	Komplexe Zahlen	537
11.0	Vorbemerkung	537
11.1	Die arithmetische Form der komplexen Zahlen	537
11.1.1	Imaginäre und komplexe Zahlen	537
11.1.2	Rechnen mit komplexen Zahlen in der arithmetischen Form	541
11.1.3	Die Darstellung komplexer Zahlen in der Gauß'schen Zahlenebene	544
11.2	Die trigonometrische Form der komplexen Zahlen	546
11.3	Die Exponentialform der komplexen Zahlen	550
11.3.1	Die Multiplikation und die Division komplexer Zahlen in der Exponentialform	550
11.3.2	Das Potenzieren, das Radizieren und das Logarithmieren komplexer Zahlen	552
11.4	Aufgaben	555
11.5	Lösungen	556
12	Vektorrechnung	560
12.0	Vorbemerkung	560
12.1	Punkte und Vektoren im kartesischen Koordinatensystem	560
12.1.1	Punkte im kartesischen Koordinatensystem	560
12.1.2	Vektoren im kartesischen Koordinatensystem	561
12.2	Rechnen mit Vektoren	565
12.2.1	Addition und Subtraktion von Vektoren	565
12.2.2	Die Multiplikation von Vektoren mit reellen Zahlen	568
12.2.3	Das Skalarprodukt	570
12.2.4	Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt)	576
12.3	Die vektorielle Beschreibung von Geraden	579
12.3.1	Die Vektorgleichung einer Geraden	579
12.3.2	Die Lagebeziehungen zwischen Geraden	581
12.4	Die vektorielle Beschreibung von Ebenen	584
12.4.1	Die Vektorgleichung einer Ebene	584

12.4.2	Die Lagebeziehungen zwischen einer Ebene und einer Geraden . .	588
12.4.3	Die Lagebeziehung zwischen Ebenen	590
12.4.4	Der Normalenvektor einer Ebene	594
12.5	Aufgaben	598
12.6	Lösungen	605
Sachwortverzeichnis		609