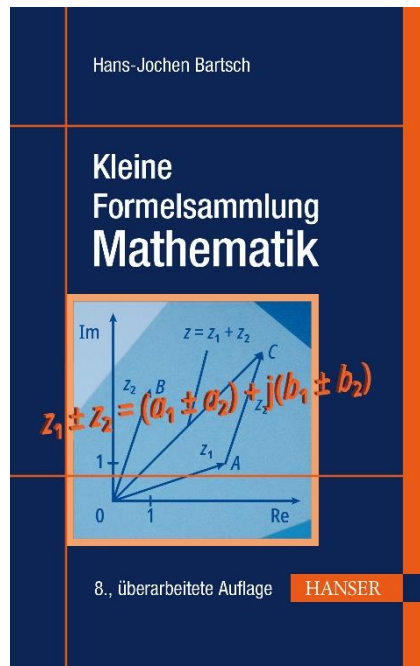


HANSER



Leseprobe

zu

Kleine Formelsammlung Mathematik

von Hans-Jochen Bartsch

Print-ISBN: 978-3-446-47649-3

E-Book-ISBN: 978-3-446-47736-0

Weitere Informationen und Bestellungen unter

<https://www.hanser-kundencenter.de/fachbuch/artikel/9783446476493>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

Vorwort

■ Vorwort zur 8. Auflage

Gegenüber der 7. Auflage wurde die Integraltabelle komplett überarbeitet und übersichtlicher strukturiert. Die trigonometrischen Funktionen habe ich um die für die Integration wichtigen Produkt-Formeln ergänzt. In die beschreibende Statistik wurden die in letzter Zeit immer häufiger anzutreffenden Box-Plots neu aufgenommen. Bei den inhomogenen linearen Differenzialgleichungen 2. Ordnung habe ich die schwer lesbare Grafik zum Auffinden einer partikulären Lösung durch eine übersichtliche Tabelle ersetzt. Bei den Mehrfach-Integralen wurden die am häufigsten vorkommenden Flächen- und Volumenelemente in einer Tabelle zusammengestellt.

Druckfehler der Vorgängerauflagen habe ich wie immer korrigiert, dafür sei allen aufmerksamen Leserinnen und Lesern gedankt, die mir Hinweise geschickt haben.

Mein Dank geht an Frau Natalia Silakova vom Hanser Verlag für die Betreuung und an Herrn Dr. Steffen Naake für die sorgfältige Arbeit des Umbruches und die Gestaltung der endgültigen Fassung.

München, im November 2022

Michael Sachs

■ Aus dem Vorwort zur 6. Auflage

Mit Wissen des im Frühjahr 2008 verstorbenen Verfassers der ersten vier Auflagen dieser Formelsammlung, Dr.-Ing. Hans-Jochen Bartsch, wurde mir vom Verlag die Fortführung des Werkes anvertraut. Nachdem ich in der fünften Auflage im Wesentlichen nur bekannte Druckfehler verbessert hatte, lege ich nun eine völlige Neubearbeitung der Formelsammlung vor. Dabei sind die Auswahl und Grobgliederung des Stoffes weitgehend gleich geblieben, ebenso habe ich die meisten Bilder und Tabellen aus den Vorgängerauflagen übernommen. Bei der Gestaltung der einzelnen Kapitel war mir ein Hauptanliegen, dass diese in sich logisch aufgebaut und weitgehend unabhängig von anderen Kapiteln lesbar sind. Erforderliche Querverweise habe ich ergänzt.

Das Buch enthält keine Beweise und auch keine Beispiele, sondern nur mathematische Definitionen, Sätze und Verfahren. Dadurch konnten Umfang und Preis niedrig gehalten werden, außerdem wird die Zulassung als Hilfsmittel in Prüfungen erleichtert, wenn keine durchgerechneten Aufgaben enthalten sind. Das Buch kann daher als Kompaktskript zur Mathematik eingesetzt werden, welches die Studierenden vom lästigen Mitschreiben von Definitionen und Sätzen befreit. Aufgaben können und sollen der einschlägigen und reichhaltigen Fachliteratur entnommen und hinzugezogen werden.

München, im März 2015

Michael Sachs

Inhalt

1	Logik, Arithmetik, Algebra	15
1.1	Mathematische Logik	15
1.1.1	Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen	15
1.1.2	Rechengesetze (BOOLEsche Algebra)	17
1.2	Mengen	17
1.2.1	Grundlagen	17
1.2.2	Mengenoperationen	18
1.2.3	Rechenregeln für Mengen	19
1.2.4	Relationen	20
1.2.5	Zahlensysteme	20
1.3	Menge der reellen Zahlen	21
1.3.1	Standard-Zahlenmengen	21
1.3.2	Grundoperationen für reelle Zahlen	23
1.3.3	Potenzen, Wurzeln	26
1.3.4	Logarithmen	27
1.3.5	Binomischer Satz	28
1.4	Menge der komplexen Zahlen	30
1.4.1	Grundlagen	30
1.4.2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	31
1.4.3	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	32
1.4.4	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	33
1.5	Kombinatorik	33
1.6	Folgen	35
1.6.1	Grundlagen	35
1.6.2	Schranken, Grenzwert und Monotonie einer Folge	35
1.6.3	Arithmetische und geometrische Folgen	36
1.6.4	Zins-, Zinseszins-, Renten- und Tilgungsrechnung	38

1.7	Gleichungen und Ungleichungen, Algebra	40
1.7.1	Grundlagen.....	40
1.7.2	Lineare Gleichungen.....	41
1.7.3	Nichtlineare Gleichungen, Polynome	42
1.7.4	Wurzelgleichungen, transzendente Gleichungen .	45
1.7.5	Numerische Verfahren für Gleichungen	45

2	Lineare Algebra	48
2.1	Vektoren	48
2.1.1	Grundbegriffe.....	48
2.1.2	Skalarprodukt im $\mathbb{R}^n$	52
2.1.3	Vektoren im $\mathbb{R}^3$	54
2.2	Matrizen	57
2.2.1	Grundlagen.....	57
2.2.2	Matrizengesetze	58
2.2.3	n -reihige quadratische Matrizen.....	59
2.2.4	Rang, Normen	62
2.2.5	Determinanten	63
2.2.6	Eigenwerte und Eigenvektoren.....	65
2.3	Lineare Gleichungssysteme	67
2.3.1	Bezeichnungen	67
2.3.2	Lösbarkeitsbedingungen	68
2.3.3	Lösungsverfahren	69
2.4	Lineare Abbildungen	71
2.4.1	Grundlagen.....	71
2.4.2	Spezielle lineare Abbildungen in der Ebene	72
2.5	Koordinatensysteme	73
2.5.1	Kartesische Koordinaten	73
2.5.2	Zylinderkoordinaten	74
2.5.3	Kugelkoordinaten	74
2.6	Koordinatentransformationen.....	75
2.6.1	Koordinatentransformationen in der Ebene	76
2.6.2	Koordinatentransformationen im Raum	77

3	Elementare und analytische Geometrie	79
3.1	Planimetrie, ebene Trigonometrie	79
3.1.1	Winkel	79
3.1.2	Teilungen, Ähnlichkeit, Kongruenz	81
3.1.3	Dreiecke	82
3.1.4	Vierecke	84
3.1.5	Vielecke	86
3.1.6	Kreis	87
3.2	Geometrische Körper (Stereometrie)	89
3.2.1	Ebenflächig begrenzte Körper (Polyeder, Vielfache)	90
3.2.2	Krummflächig begrenzte Körper	91
3.3	Punkt, Gerade, Ebene	94
3.3.1	Punkt, Strecke	94
3.3.2	Gerade in der Ebene	95
3.3.3	Gerade im Raum	97
3.3.4	Mehrere Geraden	99
3.3.5	Ebene	101
3.3.6	Flächeninhalt, Volumen	104
3.4	Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte)	104
3.4.1	Gemeinsame Charakterisierungen aller Kegelschnitte	104
3.4.2	Kreis	106
3.4.3	Ellipse	107
3.4.4	Parabel	111
3.4.5	Hyperbel	113
3.5	Flächen 2. Ordnung	116
3.6	Hauptachsentransformation	121

4	Funktionen	123
4.1	Grundlagen	123
4.2	Grenzwerte, unbestimmte Ausdrücke	126
4.2.1	Grenzwerte einer Funktion	126
4.2.2	Unbestimmte Ausdrücke	127
4.3	Eigenschaften reeller Funktionen	128

4.4	Rationale Funktionen	129
4.4.1	Ganzrationale Funktionen (Polynome)	129
4.4.2	Interpolation	131
4.4.3	Gebrochenrationale Funktionen	132
4.5	Nichtrationale Funktionen	133
4.5.1	Elementare Funktionen	133
4.5.2	Wurzelfunktionen	134
4.5.3	Exponentialfunktionen	135
4.5.4	Logarithmusfunktionen	135
4.5.5	Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen	136
4.5.6	Zyklometrische Funktionen (Arkusfunktionen) ...	142
4.5.7	Hyperbelfunktionen	143
4.5.8	Areafunktionen	146
4.6	Ausgewählte ebene Kurven.....	148
4.7	Kurvendiskussion.....	150

5 Analysis 151

5.1	Differenzialrechnung	151
5.1.1	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen....	151
5.1.2	Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	156
5.1.3	Extrema und Wendepunkte.....	158
5.1.4	Differenzialgeometrie ebener Kurven	161
5.1.5	Differenzialgeometrie von Raumkurven und Raumflächen	165
5.2	Integralrechnung	169
5.2.1	Unbestimmtes und bestimmtes Integral	169
5.2.2	Grundintegrale und Integrationsregeln.....	172
5.2.3	Integrationstechniken	174
5.2.4	Numerische Integration	177
5.2.5	Gebietsintegrale, Mehrfachintegrale	179
5.2.6	Anwendungen der Integralrechnung	182
5.3	Vektoranalysis.....	189
5.3.1	Vektorwertige Funktionen, Felder	189
5.3.2	Gradient eines skalaren Feldes	192
5.3.3	Divergenz eines Vektorfeldes	192
5.3.4	LAPLACE-Operator eines skalaren Feldes	193

5.3.5	Rotation eines Vektorfeldes	194
5.3.6	Kurvenintegrale	195
5.3.7	Oberflächenintegrale	198
5.3.8	Integralsätze von GREEN, GAUSS und STOKES	201

6 Gewöhnliche Differenzialgleichungen 203

6.1	Grundlagen	203
6.2	Ausgewählte Differenzialgleichungen 1. Ordnung.....	205
6.3	Ausgewählte Differenzialgleichungen 2. Ordnung.....	209
6.3.1	Homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung	209
6.3.2	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung	212
6.4	Lineare Differenzialgleichungen höherer Ordnung	214
6.5	Numerische Verfahren für Differenzialgleichungen 1. Ordnung	216
6.5.1	Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY	216
6.5.2	Verfahren 4. Ordnung von RUNGE-KUTTA.....	217
6.6	Lineare Differenzialgleichungssysteme	218

7 Reihen, Integral-Transformationen 220

7.1	Unendliche Reihen	220
7.1.1	Zahlenreihen.....	220
7.1.2	Konvergenzkriterien für Reihen.....	222
7.1.3	Potenzreihen.....	224
7.1.4	TAYLOR-Formel und TAYLOR-Reihen.....	225
7.1.5	Zusammenstellung fertig entwickelter TAYLOR- Reihen	227
7.1.6	FOURIER-Reihen.....	230
7.2	FOURIER-Transformation	233
7.3	LAPLACE-Transformation.....	236
7.3.1	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation	237
7.3.2	Lösung von gewöhnlichen linearen Differenzial- gleichungen	239
7.3.3	Korrespondenztabelle der LAPLACE- Transformation	240

8	Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung	243
8.1	Beschreibende (deskriptive) Statistik	243
8.1.1	Grundbegriffe, Darstellungsarten	243
8.1.2	Lagemaße (Mittelwerte)	245
8.1.3	Streuungsmaße	247
8.1.4	Korrelationsmaße	249
8.1.5	Regressionsrechnung	250
8.1.6	Fehlerrechnung	251
8.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	253
8.2.1	Grundbegriffe	253
8.2.2	Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	255
8.2.3	Zufällige Variable	257
8.2.4	Diskrete zufällige Variable	261
8.2.5	Stetige zufällige Variable	263
8.3	Schließende (induktive) Statistik	267
8.3.1	Schätzfunktionen	267
8.3.2	Intervallschätzung	268
8.3.3	Signifikanztests	269
8.4	Tabellen	272
8.4.1	Verteilungsfunktion $\Phi(x)$ der Standard-Normal- verteilung	272
8.4.2	Quantile der t -Verteilung (STUDENT-Verteilung)	273
8.4.3	Quantile der χ^2 -Verteilung	274
9	Integraltabelle	275
9.1	Rationale Funktionen	275
9.2	Wurzelfunktionen	275
9.3	Trigonometrische Funktionen	277
9.4	Exponential- und Hyperbelfunktionen	279
9.5	Exponential- und trigonometrische Funktionen	279
9.6	Logarithmusfunktionen	280
9.7	Arcusfunktionen	280
	Sachwortverzeichnis	281

1

Logik, Arithmetik, Algebra

1.1 Mathematische Logik

Eine *Aussage* ist ein sprachliches Gebilde mit dem Wahrheitswert *wahr* oder *falsch*.

Ein *aussagenlogischer Ausdruck* (eine *Aussageform*) ist eine Aussage, bestehend aus

- *BOOLEschen Variablen* (*Aussagenvariablen*): $\varphi, \psi, \vartheta, \varphi_1, \dots$
- *Junktoren* (*logischen Zeichen*): $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
- technischen Zeichen

Er ist bei jeder Belegung der Variablen entweder wahr (w, 1) oder falsch (f, 0).

Eine *Wahrheitsfunktion* (BOOLEsche Funktion) F ordnet jeder Belegung der k Variablen x_1 bis x_k mit 0 oder 1 einen Wahrheitswert zu.

Allquantor (*Generalisator*): $\forall x: A(x)$ „Für alle x gilt $A(x)$.“

Existenzquantor: $\exists x: A(x)$ „Es gibt (wenigstens) ein x mit $A(x)$.“

1.1.1 Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen

(φ, ψ Aussageformen)

Negation, Komplement (nicht, NOT)

$$\overline{\varphi} = \neg \varphi = 1 \text{ genau dann wenn } \varphi = 0$$

häufig auch Durchstreichen des Zeichens gebräuchlich, z. B. $a \neq b$ für $\neg(a = b)$

Konjunktion (*logisches Produkt*, und zugleich, AND)

$$(\varphi \wedge \psi) = 1 \text{ genau dann wenn } \varphi = 1 \text{ und zugleich } \psi = 1$$

auch $\varphi\psi$, $\varphi \cdot \psi$, $\varphi \& \psi$

NAND (SHEFFERSche Funktion), negiertes AND: $\neg(\varphi \wedge \psi)$

Disjunktion (*logische Summe*, oder, OR)

$$(\varphi \vee \psi) = 1 \text{ genau dann wenn } \varphi = 1 \text{ oder } \psi = 1 \quad \text{auch } \varphi + \psi$$

NOR (NICODSche Funktion), negiertes OR: $\varphi \bar{\vee} \psi = \overline{\varphi \vee \psi} = \varphi \downarrow \psi$

Implikation (*logische Folgerung*, wenn-dann)

$$(\varphi \Rightarrow \psi) = 0 \text{ genau dann wenn } \varphi = 1 \text{ und zugleich } \psi = 0$$

Äquivalenz

$$(\varphi \Leftrightarrow \psi) = 1 \text{ genau dann wenn } \varphi = \psi$$

Antivalenz (*ausschließliches Entweder-Oder*, exclusive-or, EXOR, XOR)

$$\neg(\varphi \Leftrightarrow \psi) = 1 \text{ genau dann wenn } \varphi \neq \psi$$

Ein- und zweiwertige Wahrheitstafel

φ	ψ	$\neg\varphi$	$\varphi \wedge \psi$	$\varphi \vee \psi$	$\varphi \Rightarrow \psi$	$\varphi \Leftarrow \psi$	$\varphi \Leftrightarrow \psi$	$\neg(\varphi \Leftrightarrow \psi)$
0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0

Notwendige und hinreichende Bedingung

Gilt für zwei Aussagen φ und ψ die Implikation $\varphi \Rightarrow \psi$, so heißt φ *hinreichende Bedingung* für ψ und ψ *notwendige Bedingung* für φ .

Im Falle $\varphi \Leftrightarrow \psi$ heißt φ *hinreichende* und *notwendige Bedingung* für ψ .

1.1.2 Rechengesetze (BOOLESCHE Algebra)

kommutativ: $\varphi \wedge \psi = \psi \wedge \varphi$ $\varphi \vee \psi = \psi \vee \varphi$ $\varphi \Leftrightarrow \psi = \psi \Leftrightarrow \varphi$

assoziativ: $\varphi \wedge (\psi \wedge \vartheta) = (\varphi \wedge \psi) \wedge \vartheta = \varphi \wedge \psi \wedge \vartheta$ (analog mit $\vee$ und $\Leftrightarrow$)

distributiv: $\varphi \wedge (\psi \vee \vartheta) = (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \vartheta)$ (bzw. $\wedge$ und $\vee$ vertauschen)

DE MORGANSche Regeln

$$\overline{\varphi \wedge \psi} = \overline{\varphi} \vee \overline{\psi} \quad \overline{\varphi \vee \psi} = \overline{\varphi} \wedge \overline{\psi}$$

Die Regeln können auf mehr als zwei Variable verallgemeinert werden.

Involutionsregel (doppelte Verneinung): $\neg(\neg\varphi) = \overline{\overline{\varphi}} = \varphi$

Tautologie (ausgeschlossenes Drittes): $\varphi \vee \neg\varphi = \varphi \vee \overline{\varphi} = 1$

Kontradiktion (Widerspruch): $\varphi \wedge \neg\varphi = \varphi \wedge \overline{\varphi} = 0$

Idempotenz: $\varphi \wedge \varphi = \varphi$

$$\varphi \vee \varphi = \varphi$$

neutrale Elemente 0 und 1: $\varphi \vee 0 = \varphi$ $\varphi \wedge 1 = \varphi$ $0 = \neg 1$

Kontraposition: $(\varphi \Rightarrow \psi) = (\neg\psi \Rightarrow \neg\varphi)$

1.2 Mengen

1.2.1 Grundlagen

Eine *Menge* ist eine ungeordnete Sammlung von inhaltlich zusammengehörigen Objekten (*Elementen*).

Mengenbezeichnung: $A, B, M, \dots$ $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ (aufzählende Form)

Elementebezeichnung: $a, b, x_1, \dots$

Zuordnung zur Menge: $x \in M$ („ x Element M “) bzw. $x_i \notin M$ („ x kein Element M “)

Mengenbildungsoperator: $\{x \in G \mid A(x)\}$

„Menge aller x Element G , für die gilt: $A(x)$.“

Angabe einer charakteristischen Eigenschaft: $B = \{x \mid x = k^3 \wedge k \in \mathbb{N}\}$

Zweiermenge (ungeordnete Reihenfolge): $\{a, b\}$

Paar (geordnete Reihenfolge): (a, b)

Stets gilt $\{a, b\} = \{b, a\}$, für $a \neq b$ ist jedoch $(a, b) \neq (b, a)$.

Geordnetes Tripel: (x, y, z) *geordnetes n -Tupel:* $(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Leere Menge: $\emptyset, \{\}$ (enthält kein Element, auch nicht die Null)

Endliche Menge: $\{a_1, a_2, a_3\}$ *unendliche Menge:* $\{a_1, a_2, \dots\}$

Ist eine Menge $M \subset \mathbb{R}$ nach unten (oben) beschränkt, so hat sie mindestens eine untere (obere) *Schranke* S .

Supremum: $\sup X$, kleinste obere Schranke, *obere Grenze* der Menge X

Infimum: $\inf X$, größte untere Schranke, *untere Grenze* der Menge X

1.2.2 Mengenoperationen

Inklusion, A ist Teilmenge (Untermenge) von B (Obermenge)

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x: x \in A \Rightarrow x \in B \quad \text{echte Teilmenge: } A \subset B$$

Gleichheit

$$A = B \Leftrightarrow \forall x: x \in A \Leftrightarrow x \in B \quad A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A$$

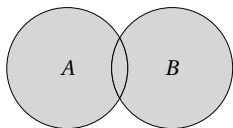
Vereinigung, Disjunktion

$$A \cup B := \{x | x \in A \vee x \in B\}$$

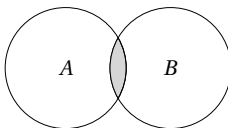
Durchschnitt, Konjunktion

$$A \cap B := \{x | x \in A \wedge x \in B\}$$

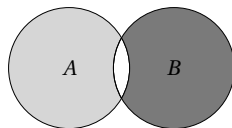
A und B sind *disjunkt* (elementefremd): $A \cap B = \emptyset$



Vereinigung $A \cup B$



Durchschnitt $A \cap B$



$A \setminus B$ Differenzen $B \setminus A$

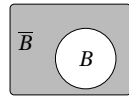
Differenz zweier Mengen

$$A \setminus B := \{x | x \in A \wedge x \notin B\} \quad A \setminus B = A \cap \overline{B}$$

$$A \setminus B \neq B \setminus A \quad A \setminus (B \setminus C) \neq (A \setminus B) \setminus C$$

Komplement einer Menge B in Bezug auf Grundmenge G (Bild)

$$\overline{B} := G \setminus B = \{x \in G \mid x \notin B\}$$



1

Potenzmenge, Menge aller Teilmengen von A

$$\mathbf{P}(A) := \{X \mid X \subseteq A\} \quad A, \emptyset \in \mathbf{P}(A)$$

kartesisches Produkt zweier Mengen (Menge von geordneten Paaren)

$$A \times B := \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\} \quad \text{für } A \neq B \text{ gilt } A \times B \neq B \times A$$

Produktmenge, Menge aller n -Tupel $(x_1, \dots, x_n) : M_1 \times \dots \times M_n \quad x_i \in M_i$

$$\text{Mengenpotenz: } M^n := \underbrace{M \times M \times \dots \times M}_n \quad n \geq 1$$

1.2.3 Rechenregeln für Mengen

(G Grundmenge)

Reflexive Beziehung: $A \subseteq A \quad \overline{\overline{A}} = A$

Komplementgesetze: $\overline{\overline{G}} = \emptyset \quad \overline{\emptyset} = G \quad \overline{A \cap A} = \emptyset \quad \overline{A \cup A} = G$

Transitive Beziehung: $A \subseteq B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$

Teilmengenbeziehung: $A \cap B \subseteq A \cup B, \quad A \setminus B \subseteq A, \quad \emptyset \subseteq A, \quad A \subseteq G$

Kommutativgesetze: $A \cap B = B \cap A \quad A \cup B = B \cup A$

Assoziativgesetze: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad \text{desgl. mit } \cup$

Absorptionsgesetze: $A \cap (A \cup B) = A \quad A \cup (A \cap B) = A$

Distributivgesetze: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

DE MORGANSche Regeln: $\overline{M_1 \cap M_2} = \overline{M_1} \cup \overline{M_2} \quad \overline{M_1 \cup M_2} = \overline{M_1} \cap \overline{M_2}$

Produktbeziehungen

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C) \quad (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$$

$$C \times (A \cup B) = (C \times A) \cup (C \times B) \quad C \times (A \cap B) = (C \times A) \cap (C \times B)$$

Es gilt: $A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \quad A \subseteq C \wedge B \subseteq D \Rightarrow A \times B \subseteq C \times D$

1.2.4 Relationen

Eine *Relation* R zwischen zwei Mengen A und B ist eine Teilmenge des kartesischen Produktes $A \times B$: $R \subseteq A \times B$

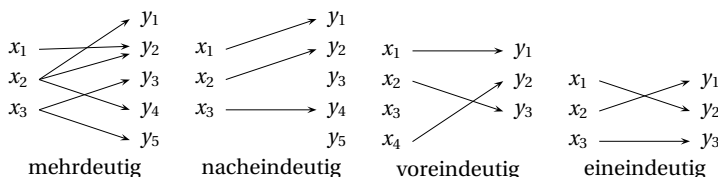
Infix-Schreibweise: xRy für $(x, y) \in R$

Definitionsbereich sind alle Elemente x , für die ein y mit xRy existiert.

Mächtigkeit

Die *Mächtigkeit* oder *Kardinalität* einer Menge ist ihre Elementanzahl. Zwei Mengen heißen *gleichmächtig*, wenn es eine bijektive (eindeutige) Abbildung zwischen den beiden Mengen gibt.

Eine Menge, die zur Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ gleichmächtig ist, heißt *abzählbar unendlich* oder kurz *abzählbar*.



1.2.5 Zahlensysteme

Heute gebräuchliche *Zahlensysteme* sind *polyadische* oder *Positionssysteme*.

Dualsystem (*Zweiersystem, dyadisches System*)

Grundziffern: $a_k \in \{0, 1\}$, $k \in \mathbb{Z}$

Stellenwert: Potenzen von 2

$$a = \pm \sum_{k=-\infty}^n a_k \cdot 2^k = \pm (a_n 2^n + \dots + a_0 2^0 + a_{-1} 2^{-1} + \dots)$$

Dezimalsystem (*dekadisches System*)

Grundziffern: $a_k \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$

Stellenwert: Potenzen von 10

$$a = \pm \sum_{k=-\infty}^n a_k \cdot 10^k = \pm (a_n 10^n + \dots + a_0 10^0 + a_{-1} 10^{-1} + \dots)$$

Endlicher Dezimalbruch: $\exists a_k \neq 0$ für $k < 0$, alle folgenden Ziffern sind Null

Periodischer Dezimalbruch: unendliche Wiederholung einer Ziffernfolge

Normalisierte Gleitkommadarstellung einer reellen Zahl

$$a = \mp m \cdot 10^k \quad a \in \mathbb{R}$$

Mantisse: $1 \leq m < 10$ (auch $0,1 \leq m < 1$ ist üblich), *Exponent:* $k \in \mathbb{Z}$

Hat die Mantisse t tragende Ziffern, heißt sie t -stellig.

Übersicht über häufig verwendete Zahlensysteme

(BCD-Code: Jede Ziffer einer Dezimalzahl wird einzeln binär codiert)

dezimal	dual	BCD	oktal	hexadezimal
0	0000	0000 0000	0	0
1	0001	0000 0001	1	1
2	0010	0000 0010	2	2
3	0011	0000 0011	3	3
4	0100	0000 0100	4	4
5	0101	0000 0101	5	5
6	0110	0000 0110	6	6
7	0111	0000 0111	7	7
8	1000	0000 1000	10	8
9	1001	0000 1001	11	9
10	1010	0001 0000	12	A
11	1011	0001 0001	13	B
12	1100	0001 0010	14	C
13	1101	0001 0011	15	D
14	1110	0001 0100	16	E
15	1111	0001 0101	17	F
16	10000	0001 0110	20	10
usw.	⋮	⋮	⋮	⋮

1.3 Menge der reellen Zahlen**1.3.1 Standard-Zahlenmengen****Menge der nichtnegativen ganzen (natürlichen) Zahlen**

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Herausnahme der Zahl 0 durch Anfügen des Sternchens:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Kardinalzahlen: Anzahl der Elemente einer abzählbaren Menge

Ordinalzahlen: Stelle eines Elements in einer geordneten Menge

Menge der Primzahlen

Eine *Primzahl* p ist eine natürliche Zahl ≥ 2 , die ohne Rest nur durch sich selbst oder durch 1 teilbar ist:

$$\mathbb{P} = \{p \in \mathbb{N} \mid p \text{ prim}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$$

Menge der ganzen Zahlen

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

Menge der rationalen Zahlen

$$\mathbb{Q} = \left\{x \mid x = \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*\right\}$$

Sind a und b *teilerfremde ganze Zahlen*, d. h. ist ihr größter gemeinsamer Teiler gleich 1, so spricht man von der *Normaldarstellung*.

$\mathbb{Q}$ ist *abzählbar*, d. h. es gibt genauso viele rationale Zahlen wie natürliche. *Rationale Zahlen* liegen überall dicht auf der *Zahlengeraden*. Rationale Zahlen sind

- *Brüche von ganzen Zahlen*
- *endliche Dezimalbrüche*
- *unendliche periodische Dezimalbrüche*

Menge der reellen Zahlen

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \text{Menge der irrationalen Zahlen}$$

Irrationale Zahlen sind nichtperiodische, nicht abbrechende Dezimalbrüche, z. B. π , $\sqrt{2}$, e. Als Näherungswerte benutzt man endliche Dezimalbrüche, etwa $\pi \approx 3,1415927$.

Menge der *positiven* reellen Zahlen: $\mathbb{R}_{>0} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.

$\mathbb{R}$ ist nicht abzählbar (*überabzählbar*). Die reelle Zahlengerade und $\mathbb{R}$ sind *gleichmächtig*.

Anordnungsaxiome für reelle Zahlen ($a, b, c \in \mathbb{R}$)

Stets gilt eine der drei Beziehungen zwischen zwei reellen Zahlen a und b :

$$a < b \quad \text{oder} \quad a = b \quad \text{oder} \quad a > b$$

Für $a, b > 0$ gilt

$$a + b > 0 \quad \text{und} \quad ab > 0$$

Daraus: $a < b \wedge b < c \Rightarrow a < c$ (Transitivität)
 $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ (Monotonie der Addition)
 $a < b \wedge c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$ (Monotonie der Multiplikation)

Intervalle

Offenes Intervall: $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

Abgeschlossenes Intervall: $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

Halboffene Intervalle: $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$

Statt (a, b) ist auch die Schreibweise $]a, b[$ gebräuchlich.

1.3.2 Grundoperationen für reelle Zahlen

Klammern auflösen, Ausklammern, Produkte von Summen

$$a + (b + c - d) = a + b + c - d \quad a - (b + c - d) = a - b - c + d$$

$$ac + bc = c(a + b) \quad ac - bc = c(a - b) \quad -ac - bc = -c(a + b)$$

$$a(b - c) = ab - ac \quad \text{„Punkt vor Strich“}$$

Bruchrechnung

Echter Bruch: $\frac{a}{b} < 1$ mit $0 < a < b$, $a, b \in \mathbb{N}^*$ Gemeiner Bruch: für $b \neq 10^n$

Stammbruch: $\frac{1}{a}$ (Kehrwert von a) Kehrwert von $\frac{a}{b}$ ist $\frac{b}{a}$ $a, b \neq 0$

Erweitern: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$ Kürzen: $\frac{a}{b} = \frac{a/c}{b/c}$ $b, c \neq 0$

Addieren/Subtrahieren: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$ $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$ $b, d \neq 0$
 (Hauptnenner bd)

Multiplizieren: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

$$\text{Dividieren: } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \bigg/ \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} \quad b, c, d \neq 0$$

$$\text{Nullsetzen: } \frac{a}{b} = 0 \Leftrightarrow a = 0 \wedge b \neq 0$$

Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

Produkt der Potenzen der *Primfaktoren* mit den *höchsten* Exponenten der beteiligten Zahlen bzw. Variablen (z. B. bei Hauptnennerbestimmung).

Größter gemeinsamer Teiler (ggT)

Größte natürliche Zahl, die gemeinsamer Teiler aller beteiligten Zahlen ist.

Polynomdivision

- Ordnen von Dividend und Divisor nach fallenden Potenzen der Variablen
- 1. Glied Dividend durch 1. Glied Divisor ergibt 1. Glied Quotient
- Rückmultiplikation mit Divisor
- Subtraktion, bis die Differenz null wird bzw. ein Rest bleibt

Proportionen, Verhältnisgleichungen ($b, d \neq 0$)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c \quad \text{„über Kreuz multiplizieren“}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a = k \cdot c \wedge b = k \cdot d$$

k Proportionalitätsfaktor, $k \in \mathbb{R}$

Direkte Proportionalität (Graph: *Gerade*): $y \sim x \Leftrightarrow y = kx$

Indirekte Proportionalität (Graph: *Hyperbel*): $y \sim \frac{1}{x} \Leftrightarrow y = k \frac{1}{x}$

Mittelwerte

Arithmetisches Mittel

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

Mittlere Proportionale, geometrisches Mittel ($a, b \geq 0$)

$$\bar{x}_g = \sqrt{ab}$$

Sachwortverzeichnis

A

- Abbildung, eindeutige 123
- , eineindeutige 72, 124
- , lineare 71
- , umkehrbare 124
- Abbildungsmatrix 71
- abgeschlossenes Intervall 23
- abhängige Variable 123
- Ableitung der Bildfunktion 238
- der elementaren Funktionen 153
- der Umkehrfunktion 155
- einer Funktion 151
- , höhere 155
- , partielle 156
- Ableitungsfunktion 152
- Abrunden 25
- absolut integrierbar 234
- absolut konvergente Reihe 221
- absolute Besetzungszahl 244
- absolute Häufigkeit 243
- absolute Konvergenz 222
- absoluter Fehler 252
- Absorptionsgesetze 19
- Abspalten eines Linearfaktors 44, 130
- Abstand eines Punktes von einer Ebene 102
- eines Punktes von einer Geraden 97, 99
- von zwei nichtparallelen Geraden 100
- Abweichung vom Zentralwert 247
- Abwicklung 164
- abzählbar unendlich 20
- Abzinsungsfaktor 39
- Achsenabschnitt 96
- Achsenabschnittsgleichung 96, 102
- Addition 32
- von Brüchen 23
- von Vektoren 50
- Additionsmethode 42
- Additionssatz 29, 255
- der Normalverteilung 265
- Additionstheoreme 140, 145
- Additivität des Integrals 173
- Adjunkte 63
- Ähnlichkeit 81
- Ähnlichkeitssatz 237
- algebraische Gleichung 42
- algebraische Gleichung n -ten Grades 43
- algebraisches Komplement 63
- allgemeine Hyperbelgleichung 114
- allgemeine Kreisgleichung 106
- allgemeine Lösung 203
- allgemeine Parabelgleichung 111
- alternierend 37
- alternierende harmonische Reihe 221
- alternierende Reihe 223
- Altgrad 79
- Amplitude 141
- Amplitudenspektrum 235
- AND 16
- Anfangskapital 38
- Anfangswertbedingungen 203, 210
- Anfangswertproblem 216
- Anfangswertsatz 239
- Ankathete 84
- Ankreis 82
- Annuität 40

Anordnungsaxiom 22
Anti-Kommutativgesetz 56
Antivalenz 16
Approximation 2. Ordnung 227
äquivalente Umformung 40
Äquivalenz 16
Äquivalenzumformung 69
Arbeitsintegral 196
 $\arccos$ 142
 arccot 142
ARCHIMEDISCHE Spirale 148
 arcosh 146
 arcoth 146
 $\arcsin$ 142
 $\arctan$ 142
Areafunktion 146
 $\operatorname{area-kosinus-hyperbolicus}$ 146
 $\operatorname{area-sinus-hyperbolicus}$ 146
Argument 123
Argument einer komplexen Zahl 31
arithmetische Folge 36
arithmetische Summe 37
arithmetisches Mittel 24, 183, 245
Arkusfunktion 142
 arsinh 146
 artanh 146
assoziativ 17
Assoziativgesetze 19, 49, 58 f., 239
Astroide 110
Asymptote 132, 135 f.
– einer Hyperbel 115
–, schräge 132, 150
–, senkrechte 127, 132
–, waagrechte 127, 132, 150
Asymptotenkegel 119
aufgespannter Raum 49
Aufpunkt 101
Aufrunden 25
Aufzinsungsfaktor 38 f.
Ausdruck 40
ausgeartete Fläche 117
ausgeartete Kegelschnitte 105

ausgleichende Kurve 250
Ausklammern 23
Aussage 15
Außenwinkel 82, 84, 86
Außenwinkelsumme 86
äußerer Teilpunkt 94
äußeres Produkt 55
axialsymmetrisch 128, 191
axialsymmetrisches Vektorfeld 197
Axiome von KOLMOGOROW 254

B

Balkendiagramm 261
Bandmatrix 60
Barwert 38 f.
Basis 26 f., 50, 136
Basisvektor 71
Basiswechsel 28
BCD-Code 21
bedingte Wahrscheinlichkeit 256
Bedingung, hinreichende 16
–, notwendige 16
begleitendes Dreibein 166
BERNOULLISCHE Differenzialgleichung 208
BERNOULLISCHE Ungleichung 40
BERNOULLISCHE Zahlen 227
Beschleunigungsvektor 190
beschränkte Funktion 128
beschreibende Statistik 243
Besetzungsdichte 245
Besetzungszahl, absolute 244
–, relative 244
BESSEL-Funktion erster Art 210
– zweiter Art 211
BESSELSche Differenzialgleichung 210
bestimmt divergente Reihe 221
bestimmte Divergenz 36
bestimmtes Integral 170
Bestimmtheitsmaß 250

Betrag einer komplexen Zahl 31
 – einer reellen Zahl 25
 – eines Vektors 62
 Betrag eines Vektors 51, 54
 Betragsfunktion 133
 Bijektion 124
 Bildfunktion 235 f.
 Bildmenge 123
 Bildraum 236, 239
 binärer Logarithmus 28
 Binomialkoeffizient 28, 34
 Binomialverteilung 262
 binomische Formeln 29
 binomische Reihe 227
 binomischer Satz 28
 Binormale 165
 Binormalenvektor 166
 Bogen 88
 Bogenelement 161
 Bogenlänge 165, 184
 Bogenmaß 79, 137
 Boxplot 248
 Breitenkreise 74
 Brennpunkt 105, 107, 111, 113
 Brennstrahl 107, 109, 111
 Brennweite 107, 111, 113
 BRIGGSscher Logarithmus 27
 Bruch, echter 23
 –, gemeiner 23
 Bruchgleichung 41
 Bruchrechnung 23
 Bruchungleichung 41

C

CAUCHY-Produkt von Reihen 221
 CAUCHY-SCHWARZsche Ungleichung 53
 charakteristische Gleichung 65, 209, 215
 charakteristisches Polynom 66, 215

CLAIRAUTsche Differenzialgleichung 208
 cos 136
 cosh 143
 cot 136
 coth 143
 CRAMERSche Regel 61, 70
 curl 194

D

Dämpfungssatz 237
 DE MORGANSche Gesetze 254
 DE MORGANSche Regeln 19
 Definitionsbereich 123, 150
 Definitionslücken 132, 150
 DEG 79
 dekadischer Logarithmus 27
 dekadisches System 20
 Deltafunktion 134
 Determinante 63
 –, dreireihige 64
 –, Rechenregeln 64
 –, zweireihige 63
 Dezimalbruch, endlicher 20
 –, periodischer 20
 Dezimalsystem 20
 Diagonalisierung 66
 Diagonalmatrix 60
 dichotome Grundgesamtheit 262
 Dichtefunktion 258
 Differenz 18
 Differenz von Mengen 254
 Differenzen von trigonometrischen Termen 141
 Differenzenfolge 35
 Differenzenquotient 151
 Differenzial 152
 – der Bogenlänge 161
 –, totales 157
 Differenzialgeometrie 161

- Differenzialgleichung, BERNOULLISCHE 208
- , BESSELSche 210
- , CLAIRAUTSche 208
- , gewöhnliche 203, 239
- , Grad 203
- , homogene 205
- , homogene lineare 206
- , inhomogene lineare 206
- , lineare 206
- , RICCATISChe 208
- , Struktursatz für lineare 206
- , totale (exakte, vollständige) 207
- , trennbare 205
- Differenzialgleichungen, numerische Verfahren 216
- Differenzialgleichungssystem, homogenes 218
- , inhomogenes 218
- , lineares 218, 240
- Differenzialoperator 152
- Differenzialquotient 151
- Differenziation, implizite 157
- Differenziationsregeln 154, 190
- Differenziationssatz 237
- differenzierbar 151
- Differenzierbarkeit 151, 153
- Dimension 50
- Dimension der Lösungsmenge 69
- Dimensionsformel 69
- DIRAC-Funktion 134, 239 f.
- direkte Proportionalität 24
- Direktrix 111
- DIRICHLET-Bedingungen 231
- disjunkt 18
- disjunkte Ereignisse 254 f.
- Disjunktion 16, 18
- Diskontierungsfaktor 39
- Diskontierwert 39
- diskrete Gleichverteilung 261
- diskrete zufällige Variable 257
- Diskriminante 42
- Dispersion 259
- distributiv 17
- Distributivgesetze 19, 49, 53, 56, 58 f., 239
- div 192
- divergent 36, 220
- Divergenz 192
- Divergenzsatz 201
- dividierte Differenz 131
- Division 32
- von Brüchen 24
- Doppelintegral 179
- Doppelintegral in Polarkoordinaten 180
- doppelte Verneinung 17
- doppelter Winkel 140
- Drachenviereck 86
- Drehkörper 187, 189
- Drehung 76
- Dreieck, Ankathete 84
- , Gegenkathete 84
- , gleichschenkliges 83
- , gleichseitiges 83
- , Hypotenuse 83
- , Kathete 83
- , Kongruenz 82
- , rechtwinkliges 83
- Dreieckimpulsfunktion 133
- Dreiecksmatrix 60
- Dreiecksungleichung 25, 51, 62
- dreifacher Winkel 140
- Dreifachintegral 180
- Dreipunktgleichungen 101
- dreireihige Determinante 64
- Dualsystem 20
- Durchmesser 88 f.
- Durchschnitt 18, 254
- durchschnittliches Wachstumstempo 246
- Durchstoßpunkt 103
- dyadisches System 20

E

- Ebene 101
- , Abstand eines Punktes von einer 102
- ebene Kurve 148
- Ebenengleichung, Achsenabschnittsgleichung 102
- , Dreipunktgleichungen 101
- , HESSESche Normalform 102
- , implizite 101
- , Normalenform 102
- , Punkt-Richtungs-Form 101
- ebenes skalares Feld 190
- ebenes Vektorfeld 190
- echt gebrochenen rationale Funktion 175
- echter Bruch 23
- e-Funktion 135
- Eigenschaften von Kurvenintegralen 196
- eigentliche Kegelschnitte 105
- Eigenvektor 66, 121, 218
- Eigenwert 121, 218
- eindeutige Abbildung 123
- eindeutige Abbildung 20, 72, 124
- einfach zusammenhängend 198
- Einheitskreis 136
- Einheitsmatrix 60
- Einheitssprungfunktion 134
- Einhüllende 165
- einparametrische Kurvenschar 165
- Einschrittverfahren 216
- einseitiger Grenzwert 126
- einseitiger Test 270
- Einsetzungsmethode 42
- Element 17
- elementare Zeilenoperation 69
- Elementarereignis 253
- Elementarereignisraum 253
- elementfremd 18
- Eliminationsverfahren 218
- Ellipse 105, 107
- , Evolute 110
- , Flächeninhalt 110
- , Umfang 110
- Ellipsengleichung, allgemeine 108
- , Hauptform 108
- , Mittelpunktsgleichung 108
- , Polargleichung 108
- , Scheitelgleichung 108
- Ellipsensegment 110
- Ellipsensektor 110
- Ellipsoid 117
- empirische Kovarianz 249
- empirische Standardabweichung 249
- empirische Varianz 248
- empirische Verteilungsfunktion 245
- endliche Menge 18
- endlicher Dezimalbruch 20
- Endwertsatz 239
- energieloses System 238
- Entfernung zweier Punkte 94
- Envelope 165
- ε -Umgebung 126
- Ereignis 253, 255
- , disjunktes 255
- , sicheres 254
- , unabhängiges 256
- , unmögliches 255
- erf 266
- Ergänzungswinkel 80
- Erniedrigung der Ordnung 203
- error function 241, 266
- Ersatzfunktion 132
- Erwartungstreue 267
- Erwartungswert 259
- des arithmetischen Mittels 260
- einer Summe 259
- erweiterte Koeffizientenmatrix 67
- EUKLIDISCHE Norm 62
- EULER-CAUCHYSche Differenzialgleichung 215
- EULER-FOURIER-Formel 231

EULERSche Formel 31, 141
EULERSche Konstante 177
EULERSche Zahl 28, 135, 221
EULERSche Zahlen 229
EULERScher Multiplikator 207
EULERScher Polyedersatz 90
Evolute 150, 164
– einer Ellipse 110
– einer Hyperbel 116
– einer Parabel 113
Evolvente 164
Existenz einer Stammfunktion 197
EXOR 16
explizite Form einer Funktionsgleichung 123
Exponent 26 f.
–, gebrochener 26
–, natürlicher 26
–, negativer 26
Exponentialfunktion 135
Exponentialgleichung 45
Exponentialintegral 177
Exponentialverteilung 266
exponentieller Zerfall 135
Extrema mit zwei Variablen 160
– unter Nebenbedingung 160
Extremum 158
Extremwertsatz 129
Extremwerttest, 1. 159
–, 2. 159
Exzentrizität, lineare 107, 113
–, numerische 107, 113

F

Faktorisierung eines Polynoms 43
Faktorregel 154, 173, 190
Fakultät 28, 33
Faltung 238
–, Rechenregeln 239
Faltungsintegral 238
Faltungssatz 239

Fehler 1. Art 269
– 2. Art 269
–, absoluter 252
–, prozentualer 252
–, relativer 252
–, wahrer 252
Fehlerfortpflanzung 252
Fehlerfortpflanzungsgesetz, GAUSSsches 252
Fehlerfunktion 241, 266
Feld 189
–, ebenes skalares 190
–, räumliches skalares 190
Fixpunktgleichung 45
Fixpunktiteration 45
Fläche 2. Ordnung 116
–, ausgearbeitete 117
–, eigentliche 117
– im Raum 168
Flächenelement 179
Flächenelement in Polarkoordinaten 180
Flächeninhalt 104, 182, 199
– einer Ellipse 110
– eines Dreiecks 104
Flächenmomente 1. Grades 187
Flächennormalenvektor 169
Fluss des Vektorfeldes 193
Flussdichte 202
Folge 35
–, arithmetische 36
–, geometrische 37
–, Monotonie 36
formaler Vektor 191
Formel von MOIVRE 146
FOURIER-Amplitude 232
FOURIER-Analysis 230
–, Hauptsatz 231
FOURIER-Integral 233
FOURIER-Koeffizient, komplexer 232
FOURIER-Kosinus-Transformierte 235

- FOURIER-Reihe 230
 –, komplexe Form 232
 –, Spektraldarstellung 232
 FOURIER-Sinus-Transformierte 235
 FOURIER-Transformation 233
 frac 133
 Fraktile 246
 freier Vektor 48
 FRENETSche Ableitungsformeln 166
 Frequenzbereich 235
 Frequenzspektrum, stetiges 233
 FROBENIUS-Norm 63
 Fundamentalmatrix 219
 Fundamentalsatz der Algebra 43
 Funktion 123
 –, 1. Ableitung 151
 –, Area- 146
 –, Arkus- 142
 –, beschränkte 128
 –, Delta- 134
 –, DIRAC-Impuls- 134
 –, e- 135
 –, Einheitssprung- 134
 –, Exponential- 135
 –, Gamma- 241
 –, ganzrationale 129
 –, gebrochenenrationale 175
 –, gebrochenrationale 132
 –, gerade 128, 134, 233, 235
 –, Grenzwerte 126
 –, HEAVISIDE- 134, 237, 240
 –, Hintereinanderschaltung 125
 –, Hyperbel- 143
 –, logarithmische 228
 –, mit mehreren unabhängigen Variablen 125
 –, Mittelwert 171, 183
 –, nichtrationale 133
 –, periodische 128, 230
 –, Stetigkeit 129
 –, symmetrische 235
 –, symmetrische periodische 233
 –, Theta- 134
 –, trigonometrische 136, 228
 –, unecht gebrochene 132
 –, ungerade 128, 233, 235
 –, vektorwertige 189
 –, von zwei reellen Veränderlichen 125
 –, Winkel- 136
 –, Wurzel- 134
 –, zyklometrische 142, 228
 Funktional-Determinante 180
 Funktionsgleichung 123
 Funktionswert 123
 Fußpunkt 99
- G**
- Gammafunktion 211, 241
 ganze Zahl 22
 ganzrationale Funktion 129
 GAUSS-Elimination 69
 GAUSS-JORDANScher Algorithmus 61
 GAUSSsche Fundamentalgröße 199
 GAUSSsche Glockenkurve 264
 GAUSSsche Normalgleichungen 251
 GAUSSsche Zahlenebene 30
 GAUSSsches Fehlerfortpflanzungsge-
 setz 252
 GAUSSsches Fehlerintegral 177
 GAUSS-Verteilung 264
 Gebietsintegral 179
 gebrochener Exponent 26
 gebrochenrationale Funktion 132
 gebundener Vektor 48
 gefenstertes Signal 234
 Gegenereignis 254 f.
 Gegenkathete 84
 gemeiner Bruch 23
 gemeiner Logarithmus 27
 gemischtes Glied 105
 gemischtes Produkt 56
 geometrische Folge 37
 geometrische Reihe 223

- geometrische Summe 37
- geometrisches Mittel 24, 246
- geordnetes n -Tupel 18
- geordnetes Tripel 18
- Gerade 95
 - , Abstand eines Punktes von einer 97, 99
 - , Abstand von zwei nichtparallelen 100
 - , Achsenabschnitt 96
 - durch den Ursprung 98
 - in der Ebene 95
 - , Richtungsvektor 97
 - , Schnittpunkt mit Ellipse 109
 - , Schnittpunkt mit Hyperbel 115
 - , Schnittpunkt mit Kreis 107
 - , Schnittpunkt mit Parabel 112
 - , Schnittpunkt zweier 99
 - , Schnittwinkel zweier 100
 - , Steigung 96
 - , windschief 99
- gerade Funktion 128, 134, 233, 235
- Geradengleichung 41
 - , Achsenabschnittsgleichung 96
 - , explizite Form 96
 - , HESSESche Normalform 96 f.
 - , implizite Form 96
 - in Polarkoordinaten 96
 - , Punkt-Richtungs-Form 97
 - , Punkt-Steigungs-Form 95
 - , Zweipunkt-Form 95, 98
- Geradenschar 208
- gerader Hohlzylinder 91
- gerader Kreiskegel 92
- gerader Kreiszylinder 91
- Geschwindigkeitsvektor 189
- Gesetz der großen Zahlen 260
- gewöhnliche Differenzialgleichung 203
- gewöhnliche lineare Differenzialgleichung 239
- gewöhnliche Zykloide 148
- Gleichanteil 231
- Gleichheit 18
- gleichmächtig 20
- gleichschenkliges Dreieck 83
- gleichseitiges Dreieck 83
- Gleichsetzungsmethode 42
- Gleichung 40
 - , algebraische 42
 - , algebraische, n -ten Grades 43
 - , Exponential- 45
 - , goniometrische 45
 - , lineare 41
 - , logarithmische 45
 - , quadratische 42
 - , transzendente 42
 - , Wurzel- 45
- Gleichungssystem 41
 - , homogenes lineares 67
 - , inhomogenes lineares 67
 - , inkonsistentes 70
 - , lineares 53, 67
 - , LR-Zerlegung 70
 - , quadratisches lineares 68
 - , triviale Lösung 68
 - , überbestimmtes 67
 - , unterbestimmtes 67
- Gleitkommandarstellung 21, 28
- globales Maximum 158
- globales Minimum 158
- Glockenkurve 264
- Goldener Schnitt 81
- goniometrische Beziehungen 140
- goniometrische Gleichung 45
- grad 192
- Grad des Polynoms 129
- Grad einer Differenzialgleichung 203
- Gradient 169, 192
- Gradientenfeld 197
- Gradmaß 79, 137
- grafische Integration 204
- Graph 123

Grenze, obere 18
 –, untere 18
 Grenzwert einer Funktion 126
 –, einseitiger 126
 –, linksseitiger 126
 –, rechtsseitiger 126
 –, uneigentlicher 127
 Grenzwert einer Folge 35
 Grenzwertsatz 126
 – von DE MOIVRE und LAPLACE 265
 –, zentraler 265
 große Halbachse 107
 größter gemeinsamer Teiler (ggT) 24
 Grundintegral 172
 GULDINSche Regeln 89

H

Hakenintegral 198
 Halbachse, imaginäre 113
 –, kleine 107
 –, reelle 113
 halber Winkel 140
 halboffenes Intervall 23
 Halbparameter, einer Ellipse 107
 – einer Hyperbel 113
 – einer Parabel 111
 harmonische Reihe 221 f.
 harmonisches Mittel 25, 246
 Häufigkeit, absolute 243
 –, relative 244
 Häufigkeitspolygon 245
 Häufigkeitstabelle, klassierte 244
 –, unklassierte 243
 Hauptabschnittsmatrix 59
 Hauptachse 107
 –, große 107
 Hauptachsentransformation 121
 Hauptdiagonale 57
 Hauptform der Ellipse 108
 – der Hyperbel 114
 – der Parabel 111

Hauptnenner 23
 Hauptnormalenvektor 166
 Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung 170
 Hauptsatz der FOURIER-Analyse 231
 Hauptsatz der LAPLACE-Transformation 236
 Hauptscheitel 107
 HEAVISIDE-Funktion 134, 237, 240
 HERMITESche Matrix 61
 HESSEsche Normalform 96 f., 102
 hexadezimal 21
 hinreichende Bedingung 16
 Hintereinanderschaltung von Funktionen 125
 Histogramm 245
 hochsignifikant 270
 Höhenlinie 125, 190
 Höhensatz 84
 höhere Ableitung 155
 Hohlzylinder, gerader 91
 homogene Differenzialgleichung 205
 homogene Koordinaten 77
 homogene lineare Differenzialgleichung 206
 homogenes Differenzialgleichungssystem 218
 homogenes lineares Gleichungssystem 67
 HORNERSches Schema 44
 Hyperbel 105, 113, 132
 –, Evolute 116
 Hyperbelfunktion 143, 229
 Hyperbelgleichung, allgemeine 114
 –, Hauptform 114
 –, Mittelpunktsgleichung 114
 –, Polargleichung 114
 –, Scheitelfgleichung 114
 Hyperbelkosinus 143
 Hyperbelsinus 143
 hyperbolische Spirale 149
 hyperbolischer PYTHAGORAS 144

Hyperboloid 118
–, einschaliges 117f.
–, zweischaliges 117f.
Hyperfläche 2. Ordnung 121
hypergeometrische Verteilung 262
Hypotenuse 83

I

Idempotenz 17
imaginäre Einheit 30
imaginäre Halbachse 113
Imaginärteil 30
Implikation 16
implizite Differenziation 157
implizite Form einer Funktionsgleichung 123
implizite Gleichung der Ebene 101
implizite Kurvengleichung 2. Grades 105
indirekte Proportionalität 24
Indizes 35
Infimum 18, 35
Infix-Schreibweise 20
inhomogene lineare Differenzialgleichung 206
inhomogenes Differenzialgleichungssystem 218
inhomogenes lineares Gleichungssystem 67
Injektion 124
Inklusion 18
inkonsistentes Gleichungssystem 70
Inkreis 84, 86
Inkreismittelpunkt 82
Inkreisradius 82
Inkugel 89
Innenwinkel 82, 84, 86
Innenwinkelsumme 86
innerer Teilpunkt 94
inneres Produkt 52
int 133
Integerfunktion 133
Integrabilitätsbedingung 207
Integral, Additivität 173
–, bestimmtes 170
–, Faktorregel 173
–, Monotonie 173
–, Summenregel 173
–, unbestimmtes 169
–, uneigentliches 173
Integralfunktion 170
Integralkosinus 177
Integrallogarithmus 177
Integralsinus 177
Integraltransformation 236
Integrand 169
Integration 169
–, grafische 204
–, numerische 177
–, partielle 175
– rationaler Ausdrücke 174
Integrationsdifferenzial 169
Integrationsgrenze 170
Integrationskonstante 169
Integrationsregel 172f.
Integrationssatz 238
Integrationstechniken 174
Integrationsvariable 169
integrierender Faktor 207
Interpolation 131
Interpolationsformel von LAGRANGE 131
Interpolationsformel von NEWTON 131
Intervall 23
–, abgeschlossenes 23
–, halboffenes 23
–, offenes 23
Intervallschätzung 268
inverse LAPLACE-Transformation 237
inverse Matrix 61
Inversionsregel 40
irrationale Zahl 22

Irrtumswahrscheinlichkeit 268, 270
 Isokline 204
 isolierter Punkt 164
 Iterationsfolge 45

J

JACOBI-Determinante 180
 Jochpunkt 160

K

Kardinalität 20
 Kardinalzahlen 22
 kartesische Form einer komplexen Zahl 31
 kartesische Koordinaten 73, 185
 kartesisches Produkt 19
 Kathete 83
 Kathetensatz 84
 Kegel 117, 119
 Kegelschnitt 104
 –, ausgearbeiteter 105
 –, eigentlicher 105
 –, Klassifikation 105
 Kehrmatrix 61
 Kehrwert 23, 26
 Kehrwertregel 154
 KEPLERSche Fassregel 89, 178
 Kettenlinie 143, 149 f.
 Kettenregel 155 f., 174, 190
 Klammern auflösen 23
 Klasse 244
 Klassenanzahl 244
 Klassenbreite 244
 Klassenmitte 244
 klassierte Häufigkeitstabelle 244
 Klassifikation der Kegelschnitte 105
 kleine Halbachse 107
 kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV) 24
 Knick 151
 Koeffizientenmatrix 67

Koeffizientenvergleich 176
 Kofaktor 63
 kollinearer Vektor 49
 KOLMOGOROW 254
 Kombinatorik 33
 kommutativ 17
 Kommutativgesetze 19, 49, 53, 58, 239
 komplanarer Vektor 49
 Komplement 19, 254
 Komplementbeziehungen 139
 Komplementgesetze 19
 Komplementwinkel 80
 komplexe Form der FOURIER-Reihe 232
 komplexe Zahl 30, 33
 komplexer FOURIER-Koeffizient 232
 Konditionszahl 252
 Konfidenzintervall 268
 Konfidenzniveau 268
 Kongruenz 81
 Kongruenz von Dreiecken 82
 konjugiert komplexe Zahl 30
 Konjunktion 16, 18
 konkav 162
 konservatives Vektorfeld 197
 Konsistenz 267
 Konstantenregel 153
 Konstantenvektor 67
 Konstruktion einer Stammfunktion 198
 Kontinuitätsprinzip 32
 Kontradiktion 17
 konvergent 36, 220
 Konvergenzbereich 224
 Konvergenzhalbene 236
 Konvergenzkriterien für Reihen 222
 Konvergenzordnung 47
 Konvergenzradius 224
 Konvergenzverhalten einer Potenzreihe 224
 konvex 162

Koordinatenfunktion 189
Koordinatensystem 73
Koordinatentransformation 75
Korrelationskoeffizient 250
Korrelationsmaß 249
Korrespondenztabelle der LAPLACE-Transformation 240
kosinus-hyperbolicus 143
Kosinussatz 83
Kotangens 137
Kovarianz, empirische 249
Kreis 87, 105 f.
–, Parametrisierung 106
Kreisabschnitt 88
Kreisausschnitt 88
Kreisevolvente 164
Kreisfläche 88
Kreisgleichung, allgemeine 106
– durch drei Punkte 107
Kreiskegelstumpf 92
Kreissegment 88
Kreissektor 88
Kreisumfang 88
Kreiszylinder 120
–, gerader 91
Kreuzprodukt 55
kritischer Bereich 270
KRONECKER-Symbol 60
Krümmung 163, 166
– einer Ellipse 109
– einer Hyperbel 116
– einer Parabel 112
– einer Raumkurve 167
Krümmungskreis 109
Krümmungsmittelpunkt 163, 168
Krümmungsradius 163, 167
Krümmungsverhalten 150, 162
 $k\sigma$ -Regeln 264
kubische Parabel 130
kubisches Polynom 130
Kugel 92, 117
Kugelabschnitt 92

Kugelausschnitt 93
Kugeldreieck 93
Kugelkappe 93
Kugelkoordinaten 74, 165, 182, 185, 192 ff.
Kugelschicht 93
Kugelsegment 92
Kugelsektor 93
kugelsymmetrisch 191
Kugelzone 93
Kugelzweieck 93
Kurve 2. Ordnung 104
Kurvendiskussion 150
Kurvenintegral 195
–, Eigenschaften 196
Kurvenmomente 1. Grades 187
Kurvenschar 203
Kürzen 23

L

Lagemaß 245
LAGRANGE-Multiplikatorregel 160
LAPLACE-Experiment 261
LAPLACE-Gleichung 193
LAPLACE-Operator 193
LAPLACEScher Entwicklungssatz 63
LAPLACE-Transformation 236
–, Hauptsatz 236
–, inverse 237
–, Korrespondenztabelle 240
LAPLACE-Transformierte 236
Laufvariable 25
leere Menge 18
leere Summe 26
leeres Produkt 26
LEIBNIZsche Sektorformel 183
LEIBNIZsche Zinseszinsformel 38
Leitlinie 105, 111
Leitstrahl 111
L'HOSPITALSche Regel 127
Limes 126

linear abhängig 49
 linear unabhängig 49
 linear unabhängige Basislösungen 210, 214
 lineare Abbildung 71
 lineare Approximation 158
 lineare Differenzialgleichung 206
 lineare Exzentrizität 107, 113
 lineare Fehlerfortpflanzung 252
 lineare Gleichung 41
 lineare Hülle 49
 lineare Minimumseigenschaft 247
 lineare Näherung 154, 158
 lineare Regression 251
 lineare Substitution 205
 lineare Unabhängigkeit 49
 lineare Ungleichung 42
 lineare Verzinsung 38
 linearer Raum 48
 lineares Ausgleichsproblem 251
 lineares Differenzialgleichungssystem 218, 240
 lineares Gleichungssystem 53, 67
 lineares Polynom 130
 Linearisierung 154, 158, 229
 Linearitätsbedingung 71
 Linearitätssatz 237
 Linearkombination 49
 Linienelement 165, 204
 –, vektorielles 196
 linienflüchtiger Vektor 48
 Linkskrümmung 159, 162
 linksseitiger Grenzwert 126
 In-Reihe 228
 Logarithmand 27
 Logarithmengesetze 27
 logarithmische Differenziation 153, 155
 logarithmische Funktion 228
 logarithmische Gleichung 45
 logarithmische Integration 172
 logarithmische Spirale 148

Logarithmus 27
 –, binärer 28
 –, BRIGGSscher 27
 –, dekadischer 27
 –, gemeiner 27
 –, natürlicher 28, 136
 –, Zweier- 28
 Logarithmusfunktion 135
 lokales Maximum 158
 lokales Minimum 158
 Lösung, allgemeine 203
 –, partikuläre 203
 –, singuläre 203
 Lösungskurve 203
 Lösungsvektor 67
 Lotgerade durch einen Punkt 103
 LR-Zerlegung 70

M

Mächtigkeit 20
 MACLAURINSche Formel 226
 Mantelfläche eines Rotationskörpers 184
 Mantellinie 89
 Mantisie 21, 28
 Massenträgheitsmoment 189
 Matrix 57
 –, Band- 60
 –, Diagonal- 60
 –, Dreiecks- 60
 –, Einheits- 60
 –, erweiterte Koeffizienten- 67
 –, HERMITESche 61
 –, inverse 61
 –, Keh- 61
 –, Koeffizienten- 67
 –, negativ definite 61
 –, Ordnung 59
 –, orthogonale 61
 –, Permutations- 60
 –, positiv definite 61

- , quadratische Form 61
 - , Rang 62
 - , reguläre 59
 - , schiefssymmetrische 61
 - , singuläre 59
 - , symmetrische 61
 - , System- 67
 - , unitäre 61
 - Matrixnorm 62
 - Matrizenverfahren 218
 - maximaler Fortpflanzungsfehler 252
 - Maximum, globales 158
 - , lokales 158
 - Median 247
 - mehrdeutig 20
 - Mehrfachintegrale 179
 - Mehrschrittverfahren 216
 - Menge aller Stammfunktionen 169
 - , endliche 18
 - , leere 18
 - , unendliche 18
 - Mengenbildungsoperator 17
 - Mengenpotenz 19
 - Meridiankurve 200
 - Merkmalsausprägungen 243
 - Methode der kleinsten Quadrate 250
 - Minimum, globales 158
 - , lokales 158
 - Minor 63
 - Mittel, arithmetisches 24
 - , geometrisches 24, 246
 - , harmonisches 25, 246
 - , quadratisches 246
 - Mittelparallele 85
 - Mittelpunktsgleichung der Ellipse 108
 - der Hyperbel 114
 - Mittelpunktsstrahl 148
 - Mittelpunktswinkel 88
 - Mittelsenkrechte 82
 - Mittelwert 24, 245
 - einer Funktion 171, 183
 - Mittelwertsatz der Integralrechnung 171
 - mittlerer Wachstumsfaktor 246
 - Modalwert 247
 - Momente 1. Grades 186 f.
 - Momente 2. Grades 188
 - monoton fallend 36
 - monoton wachsend 36
 - Monotonie 124, 173, 255
 - Monotonie der Addition 23
 - Monotonie der Multiplikation 23
 - Monotonie einer Folge 36
 - Monotonieverhalten 150
 - Multinomialkoeffizient 34
 - Multiplikation 32
 - von Brüchen 23
 - von Vektoren mit Skalaren 50
 - Multiplikationssatz für Ereignisse 256
 - Multiplikationstheorem 65
- N

 - Nablaoperator 191
 - Nachdifferenzieren 155
 - nacheindeutig 20
 - nachschüssig 39
 - Näherungsformel 229
 - NAND 16
 - natürliche Zahl 21
 - natürlicher Exponent 26
 - natürlicher Logarithmus 28, 136
 - natürliches Wachstum 135
 - Nebenachse 107
 - Nebendiagonale 57
 - Nebenscheitel 107
 - negativ definite Matrix 61
 - negativ korreliert 249
 - negativer Exponent 26
 - negativer Vektor 52
 - neutrales Element 49
 - NEWTONSches (Tangenten-)Näherungsverfahren 46

NEWTON-Schreibweise 152
 nichtäquivalente Umformung 40
 nichtrationale Funktion 133
 nichttriviale Lösung 66
 NICODSche Funktion 16
 Niveaulinie 125, 190
 NOR 16
 Normale 162, 165
 –, an Ellipse 109
 –, an Hyperbel 115
 –, an Kreis 107
 –, an Parabel 112
 Normalebene 166
 Normaleneinheitsvektor 101, 169, 200
 Normalenform einer Ebene 102
 Normalenvektor 96, 101
 Normalform einer quadratischen Gleichung 42
 Normalverteilung 264
 normierte Kovarianz 250
 normierter Vektor 51
 notwendige Bedingung 16
 notwendiges Konvergenzkriterium 222
 Nullfolge 36
 Nullhypothese 269
 Nullmatrix 57
 Nullphase 141
 Nullstelle 129
 Nullteiler 59
 Nullvektor 49, 51
 numerische Exzentrizität 107, 113
 numerische Integration 177
 numerische Verfahren für Differenzialgleichungen 216
 Numerus 27

O

obere Dreiecksmatrix 60
 obere Grenze 18

obere Schranke 35, 128
 Oberflächenintegral 198
 Obermenge 18
 Oberschwingung 231
 offenes Intervall 23
 Oktaeder 91
 oktal 21
 OR 16
 Ordinalzahlen 22
 Ordnung 203
 – der Matrix 59
 –, Erniedrigung 203
 –, Reduktion 209
 Originalfunktion 235 f.
 Originalraum 236, 239
 orthogonal 52
 orthogonale Matrix 61
 orthogonale Zerlegung 53
 orthogonaler Einheitsvektor 51
 Ortsvektor 54, 94

P

Paar 17
 paarweise konjugiert 43
 Parabel 105, 130
 –, Evolute 113
 –, kubische 130
 –, n -ten Grades 130
 Parabelgleichung, allgemeine 111
 –, Hauptform 111
 –, Polargleichung 112
 –, Scheitelform 111
 Parabelscheitel 130
 Parabelsegment 113
 Paraboloid 120
 –, elliptisches 117
 –, hyperbolisches 117
 parallel 99
 Parallelogramm 55, 85
 Parameter 189, 267

S

- Parameterform einer Funktionsgleichung 123
Parameterregel 155
Parametrisierung des Kreises 106
Parametrisierung eines Flächenstücks 198
Partialbruchzerlegung 175
Partialdivision 44
Partialsomme 37
partielle Ableitung 156
partielle Integration 175
partikuläre Lösung 203
Periode 31, 128, 230
–, primitive 230
periodische Funktion 128, 230
periodischer Dezimalbruch 20
Periodizität 139, 150
Peripheriewinkel 87 f.
Permutation 33
Permutationsmatrix 60
Phase 31
Phasenspektrum 235
Pivotelement 70
Planimetrie 79
Pol 150
polares Flächenmoment 2. Grades 188
Polarform einer komplexen Zahl 31
Polargleichung der Ellipse 108
– der Hyperbel 114
– der Parabel 112
Polarkoordinaten 74, 94, 96, 156
Polarwinkel 31
Polstelle 132
Polyeder 90
Polygonzug 217
Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY 216
Polynom 43, 129
–, Grad 129
–, kubisches 130
–, lineares 130
–, quadratisches 130
–, trigonometrisches 231
–, Zerlegung in Linearfaktoren 130
Polynomdivision 24, 44, 132
Positionssystem 20
positiv definite Matrix 61
positiv korreliert 249
postnumerando 39
Potenz 26, 33
Potenzen von j 31
Potenzfunktion 130, 132
Potenzgesetze 27
Potenzial 197
Potenzialfeld 197
Potenzmenge 19
Potenzprodukt 252
Potenzregel 153
Potenzreihe 176, 224
Potenzreihenansatz 208
 pq -Formel 42
Prädiktor-Korrektor-Verfahren 216
pränumerando 39
Primfaktor 24
primitive Periode 230
Primzahl 22
Prisma 90
Produkt, äußeres 55
–, gemischtes 56
–, leeres 26
– von Matrizen 58
Produkte von trigonometrischen Termen 141
Produktintegration 175
Produktmenge 19
Produktregel 154, 190, 195
Produktzeichen 25
Projektion 53, 73
Proportion 24
Proportionalität, direkte 24
–, indirekte 24
prozentualer Fehler 252
Punkt vor Strich 23

Punkt-Richtungs-Form 97, 101
 Punkt-Steigungs-Form 95
 punktsymmetrisch 128
 Punktwolke 249
 Pyramide 90
 Pyramidenstumpf 90

Q

Quader 90
 Quadrant 137
 Quadrat 85
 Quadrate von trigonometrischen Termen 141
 quadratische Ergänzung 122
 quadratische Form 61
 quadratische Gleichung 42
 quadratische Minimumseigenschaft 246
 quadratische Ungleichung 42 f.
 quadratisches lineares Gleichungssystem 68
 quadratisches Mittel 184, 246
 quadratisches Polynom 130
 Quadratur 182
 Quantil 246, 269
 – der χ^2 -Verteilung 274
 – der Standard-Normalverteilung 273
 – der t -Verteilung 273
 Quartilsabstand 248
 Quelldichte 193, 202
 Quelle 193
 Quotientenfolge 35
 Quotientenkriterium 222
 Quotientenregel 154

R

RAD 79
 radialsymmetrisch 191
 radialsymmetrisches Vektorfeld 197
 Radiant 79

Radikand 26
 Radius 88 f.
 Ränder des Konvergenzbereiches 224
 Randwertbedingungen 203, 210
 Rang einer Matrix 62
 Rate 38
 Raten-Rentenformel 39
 rationale Zahl 22
 Raum, aufgespannter 49
 –, linearer 48
 Raumfläche 165
 Raumintegral 180
 Raumkurve 165
 räumlicher Satz des PYTHAGORAS 54
 räumliches skalares Feld 190
 räumliches Vektorfeld 191
 Raute 85
 Realteil 30
 Rechenregeln für die Faltung 239
 Rechteck 85
 Rechteckimpulsfunktion 133
 Rechteckverteilung 263
 Rechtskrümmung 159, 162
 rechtsseitig stetige Treppenfunktion 245
 rechtsseitiger Grenzwert 126
 Rechtssystem 73
 rechtwinkliges Dreieck 83
 rect 133
 Reduktion der Ordnung 209
 Reduktionsformeln 138
 reelle Halbachse 113
 reelle Zahl 21
 –, Betrag 25
 –, Signum 25
 reeller FOURIER-Koeffizient 231
 Regel von GULDIN 200
 Regel von SARRUS 64
 regelmäßiges Sechseck 86
 regelmäßiges Vieleck 86
 Regressionsgerade 251
 Regressionsparameter 251

Regressionsrechnung 250
Regula falsi 47
reguläre Matrix 59
Reihe 220
–, absolut konvergente 221
–, alternierende 223
–, alternierende harmonische 221
–, bestimmt divergente 221
–, binomische 227
–, CAUCHY-Produkt 221
–, divergente 220
–, FOURIER- 232
– für Exponentialfunktionen 227
–, geometrische 223
–, harmonische 221 f.
–, konvergente 220
–, Konvergenzkriterien 222
–, Kosinus- 228
–, ln- 228
–, Sinus- 228
–, Tangens- 228
–, TAYLOR- 226 f.
–, unendliche 38, 220
rein imaginäre Zahl 30
rektifizierende Ebene 166
rekursive Darstellung 35
rekursive Definition 28
Relation 20
Relationszeichen 43
relative Besetzungszahl 244
relative Häufigkeit 244
relativer Fehler 252
relativer Fortpflanzungsfehler 252
Rente 38
Rentenformel einer Zeitrente 39
Rentenrechnung 39
Restfunktion 133
Restglied 177, 221, 225 f.
Restgliedabschätzung 178 f.
Rhombus 85
RICCATISCHE Differenzialgleichung 208

Richtungsableitung 192
Richtungsfeld 204
Richtungskosinus 54 f., 98
Richtungsvektor 79, 97, 101
Richtungswinkel 54, 97
RIEMANNSCHE Summe 170
rot 194
Rotation 76, 194
Rotationsfläche 200
Rotationsparaboloid 120
rotatorische Bewegung 185
Rückkehrpunkt 164
Rückwärtssubstitution 70
Rundungsfehler 216
Rundungsregel 25
RUNGE-KUTTA-Verfahren 217

S

Sattelpunkt 160
Satz des PYTHAGORAS 84
Satz des THALES 87
Satz von BAYES 257
Satz von BOLZANO 129
Satz von CAVALIERI 89
Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit 256
Satz von DIRICHLET 231
Satz von FUBINI 180 f.
Satz von GAUSS 201
Satz von GREEN 201
Satz von HURWITZ 61
Satz von LAPLACE 255
Satz von MOIVRE 33
Satz von PAPPUS 200
Satz von PTOLEMÄUS 85
Satz von SCHWARZ 156
Satz von STEINER 189
Satz von STOKES 202
Satz von WEIERSTRASS 129
Säulendiagramm 244
Schachbrettregel 63

- Schätzfunktion 267
 Schätzprinzip 267
 Schaubild 123
 Scheitel 80, 111, 113
 Scheitelgleichung der Ellipse 108
 – der Hyperbel 114
 – der Parabel 111
 Scheitelpunktsform 130
 Schenkel 80
 schiefssymmetrische Matrix 61
 Schleppkurve 149
 schließende Statistik 267
 Schmiegeebene 166
 Schnittgerade zweier Ebenen 103
 Schnittpunkt, Gerade mit Ellipse 109
 –, Gerade mit Hyperbel 115
 –, Gerade mit Kreis 107
 –, Gerade mit Parabel 112
 –, zweier Geraden 99
 Schnittwinkel, spitzer 103
 – zweier Funktionsgraphen 162
 – zweier Geraden 100
 schräge Asymptote 132, 150
 Schranke 18
 –, obere 35
 –, untere 35
 Schrittweite 178
 schwach monoton fallend 124
 schwach monoton wachsend 124
 Schwerpunkt 82, 85, 187, 259
 Sehne 88, 151
 Sehnennäherung 47
 Sehnensatz 87
 Sehnentangentenwinkel 87
 Sehnenviereck 85
 Seitenhalbierende 82
 Sekante 151
 Sekantensatz 87
 Sekantentangentensatz 88
 Sektorfläche 183
 Senke 193
 senkrechte Asymptote 127, 132
 separabel 205
 sgn 133
 SHEFFERSche Funktion 16
 sicheres Ereignis 254
 Sicherheitswahrscheinlichkeit 268
 Signal, gefenstertes 234
 signifikant 270
 Signifikanzniveau 270
 Signifikanztest 269
 Signum einer reellen Zahl 25
 Signumfunktion 133
 SIMPSONSche Regel 89, 178
 sin 136
 singuläre Lösung 203
 singuläre Matrix 59
 singulärer Punkt 164
 sinh 143
 Sinus 137
 sinus-hyperbolicus 143
 Sinus-Reihe 228
 Sinussatz 83
 Skalar 48
 skalares Linienelement 195
 skalares Oberflächenelement 199
 Skalarmatrix 60
 Skalarprodukt 52, 55, 79
 Skaliermatrix 78
 Skalierung 72, 76 f.
 Spaltenindex 57
 Spaltensummennorm 62
 Spaltenvektor 57
 Spannvektor 101
 Spannweite 244, 247
 Sparkassen-Rentenformel 39
 Spat 64
 Spatprodukt 56, 167 f., 200
 Spektraldarstellung der FOURIER-Reihe 232
 Spektralfunktion 235
 Spektralnrm 62
 spezielle lineare Abbildung 72
 sphärischer Exzess 93

- Spiegelung 73
spitzer Schnittwinkel 103
Sprungfunktion 240
Spur einer Matrix 66
Stabdiagramm 244, 261
Stammbruch 23
Stammfunktion 169, 197, 207
–, Existenz 197
–, Konstruktion 198
Standardabweichung 260
– des arithmetischen Mittels 249
–, empirische 249
Standardbasis 51
Standardbasisvektor 54
Standard-Normalverteilung 265
–, Quantil 273
–, Tabelle 272
Standard-Zahlenmenge 21
statistische Masse 243
Steigung 96, 130
Steigung der Tangente 151
Steigungswinkel 130
sternförmig 198
stetige Gleichverteilung 263
stetige Teilung 81
stetige zufällige Variable 258
stetiges Frequenzspektrum 233
Stetigkeit 153
Stetigkeit einer Funktion 129
Stetigkeitskorrektur 266
Stichprobenanteil 268
Stichprobenmittel 268
Stichprobenstandardabweichung 249
Stichprobenvarianz 248, 268
Störfunktion 212, 214, 240
Störgliedansatz 212
Strahlensatz 81
Strecke 94
streng monoton fallend 36, 124
streng monoton wachsend 36, 124
Streuungsmaß 247
Stromlinie 191
Struktursatz 215, 218
Struktursatz für lineare Differenzialgleichungen 206
STUDENT-Verteilung 273
Stufenpunkt 161
Stufenwinkel 80
Stürzen 64
Stützpolynom 131
Stützstelle 131, 177
Substitution, lineare 205
–, rückwärts 174
Substitutionsregel 174
Subtrahieren von Brüchen 23
Subtraktion 32
Summe, leere 26
Summen einiger konvergenter Zahlenreihen 221
Summen von trigonometrischen Termen 141
Summenhäufigkeitsfunktion 245
Summenregel 154, 173, 190
Summenzeichen 25
Superposition 141
Superpositionsprinzip 214
Supplementwinkel 80
Supremum 18, 35
Surjektion 124
Symmetrie 150
Symmetriesatz 29
symmetrische Funktion 235
symmetrische Matrix 61
symmetrische periodische Funktion 233
Systemmatrix 67
- T**
- Tabelle der Standard-Normalverteilung 272
tan 136
Tangens 137
Tangenssatz 83

Tangente 162, 165
 – an Ellipse 109
 – an Hyperbel 115
 – an Kreis 107
 – an Parabel 112
 Tangentenvektor 166, 189, 199
 Tangentenviereck 86
 Tangentialebene 157 f.
 – an eine Fläche 169
 tanh 143
 Tautologie 17
 TAYLOR-Formel 225 f.
 TAYLOR-Koeffizienten 226
 TAYLOR-Polynom 225
 TAYLOR-Reihe 226
 –, Zusammenstellung 227
 teilerfremde ganze Zahl 22
 Teilfolge 36
 Teilmenge 18, 254
 Teilpunkt 94
 –, äußerer 94
 –, innerer 94
 Teilung 81
 –, stetige 81
 Teilung einer Strecke 94
 Teilverhältnis 95
 Term 40
 Terrassenpunkt 161
 Testgröße 270
 Tetraeder 91, 104
 Theta-Funktion 134
 Tilgungsdauer 40
 Tilgungsformel 40
 Tilgungsrate 40
 Tilgungsrechnung 39
 Torsion 166
 Torsionswinkel 168
 Torus 94
 totale (exakte, vollständige) Differenzial-
 gleichung 207
 totales Differenzial 157
 Traktrix 149

Transformationsmatrix 121
 Transitivität 23
 Translation 76
 transponierte (gestürzte) Matrix 57
 Transposition 64
 transzendente Gleichung 42
 Trapez 85
 Trapezregel 178
 Trefferwahrscheinlichkeit 262
 trennbare Differenzialgleichung 205
 Trennung der Variablen 205
 Treppenform 62, 69
 tri 133
 trigonometrische Form einer komple-
 xen Zahl 31
 trigonometrische Funktion 84, 136,
 228
 trigonometrischer PYTHAGORAS 140
 trigonometrisches Polynom 231
 triviale Lösung 68

U

über Kreuz multiplizieren 24
 überabzählbar 22
 überbestimmtes Gleichungssystem
 67
 Überlagerung von Sinusfunktionen
 141
 Umfang einer Ellipse 110
 Umfangswinkel 88
 Umformung, äquivalente 40
 –, nichtäquivalente 40
 umkehrbare Abbildung 124
 umkehrbare lineare Abbildung 72
 Umkehrfunktion 124
 Umkreis 84 ff.
 Umkreismittelpunkt 82
 Umkreisradius 82
 Umkugel 89
 unabhängige Ereignisse 256
 unabhängige Variable 123

Unabhängigkeit von zufälligen Variablen 259

unbestimmtes Integral 169

unecht gebrochene Funktion 132

uneigentlicher Grenzwert 127

uneigentliches Integral 173

unendliche Menge 18

unendliche Reihe 38, 220

Unendlichkeitsstelle 132, 150

ungerade Funktion 128, 233, 235

Ungleichung 40

–, BERNOULLISCHE 40

–, lineare 42

–, quadratische 42 f.

Ungleichung der Mittelwerte 25

Ungleichung von TSCHEBYSCHOW 260

unitäre Matrix 61

unklassierte Häufigkeitstabelle 243

unkorreliert 249

unmögliches Ereignis 255

unterbestimmtes Gleichungssystem 67

Unterdeterminante 63

untere Dreiecksmatrix 60

untere Grenze 18

untere Schranke 35, 128

Untermatrix 59

Untermenge 18

Urbild 123

Urbildmenge 123

Urliste 243

Urnenmodell 33

V

Variable, abhängige 123

–, diskrete zufällige 257

–, Erwartungswert 259

–, stetige zufällige 258

–, unabhängige 123

–, Unabhängigkeit 259

–, zufällige 257, 267

Variablentransformation für Dreifachintegrale 181

Variablentransformation für Gebietsintegrale 180

Varianz 259

– des arithmetischen Mittels 260

– einer Summe 260

–, empirische 248

Variation 34

Variation der Konstanten 206, 212, 219

Variationsbreite 247

Variationskoeffizient 249, 261

Vektor 48

–, Addition 50

–, Betrag 51, 54, 62

–, Diagonalisierung 60

–, EUKLIDISCHE NORM 62

–, formaler 191

–, freier 48

–, gebundener 48

–, kollinear 49

–, komplanar 49

–, linienflüchtiger 48

–, Multiplikation 50

–, negativer 52

–, normierter 51

–, Winkel zwischen zwei 95

–, Zerlegung 53

Vektoranalysis 189

Vektorfeld, axialsymmetrisches 197

–, ebenes 190

–, Fluss 193

–, konservatives 197

–, radialsymmetrisches 197

–, räumliches 191

–, Zirkulation 197

vektorielles Flächenelement 200

vektorielles Linienelement 196

Vektornorm 62

Vektorprodukt 55 f.
 Vektorraum 48, 215
 Vektorraumaxiom 49
 vektorwertige Funktion 189
 Vereinigung 18, 254
 Verfahren 4. Ordnung von RUNGE-
 KUTTA 217
 Verfahrensfehler 216
 Verhalten im Unendlichen 150
 Verhältnisgleichung 24
 Verkettung 125, 155
 Verschiebung 76
 Verschiebungssatz 189, 237, 259
 Verteilungsfunktion 257, 261
 Vertrauensintervall 268
 Vertrauensniveau 268
 Vieleck 86
 –, Außenwinkel 86
 –, Inkreis 86
 –, Innenwinkel 86
 –, regelmäßiges 86
 –, Umkreis 86
 –, Zentriwinkel 86
 Vielfachheit 43
 Vielfache 90
 Viereck 84
 –, Außenwinkel 84
 –, Inkreis 84, 86
 Innenwinkel 84
 –, Umkreis 84 f.
 Volumen 104
 – eines Ellipsoids 118
 – eines Körpers 185
 – eines Rotationskörpers 184
 Volumelement in Kugelkoordinaten
 182
 Volumelement in Zylinderkoordinaten
 182
 Volumenintegral 180
 Volumenmomente 1. Grades 187
 voreindeutig 20

vorschüssig 39
 Vorzeichenwechsel 129

W

waagrechte Asymptote 127, 132, 150
 Wachstumsfaktor 246
 –, mittlerer 246
 Wachstumsintensität 135
 Wachstumstempo, durchschnittliches
 246
 wahrer Fehler 252
 Wahrheitstafel 16
 Wahrheitswert 15
 Wahrscheinlichkeit 254
 –, bedingte 256
 Wahrscheinlichkeitsdichte 258
 Wahrscheinlichkeitsfunktion 261 ff.
 Wahrscheinlichkeitsverteilung 261
 Wechselwinkel 80
 wegunabhängig 197
 Wendepunkt 160
 Wendetangente 160
 Wertebereich 35, 123
 Wertevorrat 123
 windschief 99
 Windung 166
 – einer Raumkurve 168
 Winkel, doppelter 140
 –, dreifacher 140
 –, halber 140
 Winkel zwischen zwei Geraden 79
 Winkel zwischen zwei Vektoren 95
 Winkelbeschleunigung 185
 Winkelfunktion 136
 Winkelgeschwindigkeit 185
 Winkelhalbierende 82
 Winkelmaß 79
 Winkelpythagoras 54
 Wirbeldichte 194, 202
 WRONSKI-Determinante 212, 214
 Würfel 90

Wurzel 26, 33
Wurzelfunktion 134
Wurzelgesetze 26
Wurzelgleichung 45
Wurzelkriterium 222
Wurzelsatz von VIETA 43

X

XOR 16

Z

Zahl, EULERSche 28, 135
–, ganze 22
–, irrationale 22
–, komplexe 30, 33
–, konjugiert komplexe 30
–, natürliche 21
–, rationale 22
–, reelle 21
–, rein imaginäre 30
–, teilerfremde ganze 22
Zahlen, EULERSche 229
Zahlenfolge 35
Zahlengerade 22
Zahlenreihe 220
Zahlensystem 20
–, polyadisches 20
–, Positionssystem 20
Zangenregel 127
Zeiger 30
Zeilenindex 57
Zeilensummennorm 62
Zeilenvektor 57
Zeitbereich 235
Zeitfunktion 235 f.
Zeitreihe 246
zentraler Grenzwertsatz 265
Zentralfeld 191
Zentralwert 247
Zentriwinkel 86 ff.

Zerfallskonstante 135
Zerlegung eines Vektors 53
Zerlegung von Polynomen in Linear-
faktoren 130
Ziehen mit Zurücklegen 33
Ziehen ohne Zurücklegen 33
Zinsdivisor 38
Zinsen 38
Zinseszinsrechnung 38
Zinsfaktor 38
Zinsfuß 38 f.
Zinsperiode 38
Zinssatz 38
Zinszahl 38
Zirkulation eines Vektorfeldes 197,
202
Zufall 253
zufällige Variable 257, 267
Zufallsexperiment 253
Zufallsgröße 257
Zufallsstichprobe 267
zweidimensionale Urliste 249
Zweierlogarithmus 28
Zweiermenge 17
Zweiersystem 20
Zweipunkt-Form 95, 98
zweireihige Determinante 63
zweiseitiger Test 270
Z-Winkel 80
Zwischenstelle 170 f.
Zwischenwertsatz 129, 154
zyklische Vertauschungen (zV) 83
Zyklidenbogen 148
zyklometrische Funktion 142, 228
Zylinder 120
–, elliptischer 117
–, hyperbolischer 117
–, parabolischer 117
Zylinderkoordinaten 74, 165, 182,
185, 192 ff.
zylindersymmetrisch 191