

1	Homotopien	1
1.1	Homotopien – Formalisiertes Morphing	2
1.2	Wege und Weghomotopien	9
1.3	Beispiele und Überlegungen	11
1.4	Retrakte	13
2	Die Fundamentalgruppe	15
2.1	Gruppoide Eigenschaften und die Fundamentalgruppe	16
2.2	Wirkung stetiger Abbildungen	21
2.3	Wirkung von Homotopien	24
2.4	Konstruktionismus und Reduktion	30
2.5	Beispiele	32
2.6	Ausblick: Fundamentalgruppe des Kreises und Überlagerungen	34
3	Simpliziale Strukturen	37
3.1	Simplexe und Simplicialkomplexe	38
3.2	Filtrierung	43
3.3	Motivation der Homologie	44
3.4	Der Aufbau von Simplexen	45
3.5	Der Randoperator	49
3.6	Simpliziale Homologie	51
3.7	Koeffizienten und $\mathbb{Z}_2$ -Homologie	57
3.8	Beispielberechnungen von C_k , B_k , Z_k und H_k	60
3.9	Die Bedeutung von H_0	63
3.10	Simpliziale Topologie	64
4	Homologie	69
4.1	Die Euler-Charakteristik	70
4.2	Simpliziale und singuläre Homologie	76
4.3	Berechnen von Homologie	87
4.4	Bettizahlen und Torsion	95
4.5	Homologienzoo und Axiomatik	98
4.6	Anwendungen	99

5	Topologie aus Daten	103
5.1	Von Daten zum Simplicialkomplex	104
5.2	Visualisierung und Exploration	106
5.3	Homologie aus Daten	108
5.4	Maschinelles Lernen	112
5.5	Zeitreihen	120
6	Anwendungen	125
6.1	Collapse: Homotopieäquivalente Simplicialkomplexe	126
6.2	Mapper-Cluster-Pakete	133
6.3	Triangulierung	141
6.4	Smith-Normalform und Randmatrix-Reduzierung	143
6.5	Graphen, Bäume und die Laplace-Matrix	146
6.6	Innere Produkte und die kombinatorische Laplace-Matrix	154
6.7	Weitere <i>Eigenheiten</i> der Laplace-Matrix	158
6.8	Bibliotheken	161
7	Ausblicke	163
7.1	Baryzentrische Unterteilung und der Satz von van Kampen	164
7.2	Homotopiegruppen höherer Dimension	167
7.3	Mannigfaltigkeiten	167
7.4	Kategorientheorie	168
7.5	Garben	172
	Glossar	177
	Literatur	179
	Stichwortverzeichnis	181