

Manfred Kühlmeyer

Statistische Auswertungsmethoden für Ingenieure

mit Praxisbeispielen

Unter Mitarbeit von Claudia Kühlmeyer

Mit 55 Abbildungen



Springer

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Einführung	1
1.1 Was ist Statistik?	1
1.1.1 Statistik und Technometrie	1
1.1.2 Bonmots über Statistik	2
1.1.3 Verschiedene Mittelwertsbegriffe	3
1.1.4 Der Begriff der Streuung	7
1.2 Statistische Experimente und logische Hintergründe	9
1.2.1 Allgemeines	9
1.2.2 Modellhypothese und Schätzer	10
Abstraktion auf das Wesentliche	11
Schätzer und Schätzgenauigkeit	13
Meßgenauigkeiten	14
1.3 Abriß der geschichtlichen Entwicklung	14
1.3.1 Entwicklung des Begriffs der Wahrscheinlichkeit	15
1.3.2 Abhängige und unabhängige Ereignisse	18
1.3.3 Der Begriff der Zufallsvariablen	20
1.3.4 Entwicklung der Statistik	21
2 Zufallsstichprobe und Grundgesamtheit	25
2.1 Grafische Darstellung von Stichprobenergebnissen und Zufallsvariablen	25
2.2 Allgemeine Darstellung der Wahrscheinlichkeit	29
2.3 Statistische Kenngrößen	34
2.3.1 Vom arithmetischen Mittel zum Erwartungswert	34
2.3.1.1 Der Begriff der Dichte	34
2.3.1.2 Der Erwartungswert	35
2.3.1.3 Der Varianzbegriff	36
2.3.1.4 Kovarianz und Korrelationskoeffizient	40
2.3.2 Ergänzungen zu den statistischen Kenngrößen	42
2.4 Einfache Funktionen von Zufallsvariablen	44
2.4.1 Linearkombination von Zufallsvariablen	45
2.4.2 Das Fehlerfortpflanzungsgesetz	46
2.4.3 Die Verteilung der Stichprobenelemente einer geordneten Stichprobe	48

3 Häufig benutzte Verteilungen	53
3.1 Diskrete Verteilungen	53
3.1.1 Die diskrete Gleichverteilung	53
3.1.2 Die hypergeometrische Verteilung	54
3.1.3 Die Binomialverteilung	57
3.1.4 Die Poisson-Verteilung	61
3.1.5 Zusammenhänge zwischen hypergeometrischer, Binomial- und Poisson-Verteilung	62
3.2 Kontinuierliche Verteilungen	65
3.2.1 Die Normalverteilung	66
3.2.1.1 Der Zentrale Grenzwertsatz	67
3.2.1.2 Standardisierte Zufallsvariable	69
3.2.1.3 Die 1-, 2- und 3-Sigma-Regeln	71
3.2.1.4 Das Gaußsche Wahrscheinlichkeitsnetz	71
Schätzen von Erwartungswert und Varianz im Gaußschen Wahrscheinlichkeitsnetz	75
Test auf Normalverteilung im Gaußschen Wahrscheinlich- keitsnetz	76
Vertrauensintervall für Quantilwerte im Normal- verteilungsnetz	77
3.2.1.5 Die Sheppard-Korrektur bei klassierten Stichproben	79
3.2.2 Die logarithmische Normalverteilung	79
Test auf logarithmische Normalverteilung im WN	82
Dreiparametrische Lognormalverteilung	83
3.2.3 Die Weibull-Verteilung	84
Historisches	84
Heuristische Begründung der Weibullverteilung	84
Mathematische Grundlagen der zweiparametrischen Weibullverteilung	86
4 Statistische Schätz- und Testverfahren	93
4.1 Allgemeines zu den Schätz- und Testverfahren	93
4.1.1 p - Quantile	93
4.1.2 Der Zufallsstrebereich	94
4.1.3 Schätz- und Testverfahren	95
4.1.3.1 Der Testfall	96
4.1.3.2 Zufalls- und Vertrauensintervall	98
4.2 Schätz- und Testverfahren bei diskreten Verteilungen	99
4.2.1 Binomialverteilung	99
4.2.1.1 Vertrauensintervall für den Parameter p	100
4.2.1.2 Testfall für den Parameter p	103
4.2.2 Poissonverteilung	104
4.2.2.1 Vertrauensintervall für μ	104
4.2.2.2 Test auf Verträglichkeit eines Stichprobenergebnisses x mit einer mittleren Ereigniszahl μ	107
4.2.2.3 Vergleich zweier Parameter μ_1 und μ_2	108

4.3 Schätz- und Testverfahren bei Normalverteilung	109
4.3.1 Verteilung von Mittelwert und Standardabweichung von Zufallsstichproben	109
4.3.2 Die Verteilung des Mittelwerts einer Stichprobe bei bekannter Standardabweichung – Der u -Test	114
4.3.2.1 Die Teststatistik	115
4.3.2.2 Der Ein-Stichproben- u -Test	116
4.3.2.3 Zufalls- und Vertrauensintervall	118
4.3.2.4 Gütefunktion eines Tests am Beispiel des u -Tests	119
4.3.2.5 Der Zwei-Stichproben- u -Test	124
4.3.3 Test- und Schätzverfahren für den Mittelwert einer Stichprobe bei unbekannter Standardabweichung	128
4.3.3.1 Die Studentsche t -Verteilung	128
4.3.3.2 Der Ein-Stichproben- t -Test	128
4.3.3.3 Das Vertrauensintervall für μ	130
4.3.3.4 Gütefunktion des Ein-Stichproben- t -Tests	131
4.3.3.5 Der Ein-Stichproben- t -Test für den Fall, daß die Standardabweichung aus mehr Werten geschätzt werden kann als der Mittelwert	132
4.3.3.6 Der Zwei-Stichproben- t -Test	135
4.3.3.7 Gütefunktion des Zwei-Stichproben- t -Tests	137
4.3.3.8 Verbundene Stichproben	138
4.3.4 Test- und Schätzverfahren für die Stichprobenstandard- abweichung	140
4.3.4.1 Die χ^2 -Verteilung, Vertrauens- und Zufallsintervalle	140
4.3.4.2 Der χ^2 -Test auf Verschiedenheit einer Stichprobenstandard- abweichung s von einem hypothetischen Wert σ_0	144
4.3.4.3 Gütefunktion des χ^2 -Tests	146
4.3.5 Vergleich zweier Varianzen aus normalverteilten Grund- gesamtheiten	148
4.3.5.1 Die F -Verteilung, Mutungsintervall für das Varianz- verhältnis σ_1^2/σ_2^2	148
4.3.5.2 F -Test auf den Unterschied zwischen zwei Varianzen	150
4.3.5.3 Die Gütefunktion des F -Tests	151
4.3.6 Vergleich von Varianzen mehrerer Normalverteilungen	153
4.3.6.1 Der Bartlett-Test	153
4.3.6.2 Der Cochran-Test	154
4.3.7 Vergleich mehrerer Erwartungswerte von normalverteilten Grundgesamtheiten mit gleicher Varianz	155
4.3.8 Das Ausreißerproblem bei normalverteilten Kollektiven ...	158

5 Grundlagen verteilungsfreier Test- und Schätzverfahren	161
5.1 Allgemeines	161
5.2 Skalierungen	163
Benennende oder Klassifikations-Skalierung	163
Ordinale Skalierung	164
Metrische oder messende Skalierung, Kardinalskalierung	164
Rangskalierung	165
5.3 Allgemeine Grundsätze der verteilungsfreien Verfahren	165
5.3.1 Der Fall kontinuierlicher Verteilungen	165
5.3.2 Der Fall diskreter Verteilungen	169
5.4 Gütekriterien von Schätzern und Tests	170
Das Maximum-Likelihood-Prinzip	170
Die relative Effizienz von Tests	172
Konservative Tests	172
6 Anpassungstests im Fall einer Stichprobe	173
6.1 Anpassungstests mit genau spezifizierter Vergleichsverteilung ...	173
6.1.1 Der χ^2 -Anpassungstest	174
6.1.2 Der Anpassungstest von Kolmogoroff-Smirnoff im Fall einer Stichprobe	177
6.2 Anpassungstests mit nicht genau spezifizierter Verteilung	183
6.2.1 Der χ^2 -Anpassungstest bei zusammengesetzter Null- hypothese	184
Normalverteilung als zusammengesetzte Nullhypothese ...	186
Lognormalverteilung als zusammengesetzte Nullhypothese	188
Diskussion zum χ^2 -Anpassungstest	191
6.2.2 Der Kolmogoroff-Smirnoff Anpassungstest für zusammen- gesetzte Nullhypothesen bei einer Stichprobe	194
6.2.2.1 Test auf Normalverteilung	194
6.2.2.2 Test auf Lognormalverteilung	197
6.2.2.3 Test auf Exponentialverteilung	199
7 Weitere verteilungsfreie Test- und Schätzverfahren im Fall einer Stichprobe	203
7.1 Tests und Schätzverfahren für den Median einer Grund- gesamtheit	203
7.1.1 Der Binomialtest für den Median	204
7.1.2 Mutungsintervall für den Median $M(\bar{x})$	208
7.1.3 Der Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest	211
7.2 Test gegen Trend	218
7.3 Test auf Zufälligkeit einer Stichprobe	219
7.4 Die Stichprobenspannweite als Toleranzbereich	224
7.5 Die Ungleichungen von Tschebyscheff und Camp-Meidell	227
8 Verteilungsfreie Verfahren im Fall zweier Stichproben	229
8.1 Anpassungstests für zwei Stichproben	229

8.1.1	Der χ^2 -Anpassungstest für zwei Stichproben	230
8.1.2	Der Kolmogoroff-Smirnoff-Anpassungstest für zwei unabhängige Stichproben	231
8.2	Verteilungsfreie Tests auf Lagealternativen bei zwei Stichproben	235
8.2.1	Der Wilcoxon-Test auf Lagealternativen für zwei unabhängige Stichproben	235
8.2.2	Der Fall zweier verbundener Stichproben	242
8.2.2.1	Der Binomialtest auf Lagealternativen bei verbundenen Stichproben	243
8.2.2.2	Anwendung des Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtests auf Lagealternativen bei zwei verbundenen Stichproben	244
8.3	Test auf Verschiedenheit von Varianzen bei zwei Stichproben ...	246
8.3.1	Ein einfacher Test auf Variabilitätsunterschied bei zwei Stichproben	246
8.3.2	Der Siegel-Tukey-Test auf Streuungsalternativen	247
8.4	Alternativdaten bei zwei Stichproben	253
8.4.1	Alternativdaten bei zwei unabhängigen Stichproben, Vierfeldertafeln	254
8.4.2	Alternativdaten bei zwei verbundenen Stichproben, McNemar-Test	259
9	Verteilungsfreie Verfahren bei m Stichproben	263
9.1	Allgemeine Überlegungen	263
9.2	Ein Anpassungstest vom Kolmogoroff-Smirnoff-Typ für m unabhängige Stichproben, Conover-Test	265
9.3	Der Kruskal-Wallis-Test auf Lageunterschiede bei m unabhängigen Stichproben ¹	267
9.4	Lageunterschiede bei m verbundenen Stichproben; Friedman Test ²	273
9.5	Der Meyer-Bahlburg-Test auf Variabilitätsunterschiede bei m unabhängigen Stichproben	281
10	Verteilungsfreie Korrelationsrechnung	285
10.1	Allgemeine Hintergründe	285
10.2	Spearman's Rangkorrelationskoeffizient	288
10.3	χ^2 -Test auf Unabhängigkeit; Kontingenztafeln	299
A1	Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen	311
A1.1	Mengentheoretische Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	311
A1.2	Wahrscheinlichkeiten	315

¹ Zugleich verteilungsfreie einfache Varianzanalyse

² Zugleich verteilungsfreie zweifaktorielle Varianzanalyse

A1.3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	318
A1.4	Der Begriff der statistischen Unabhängigkeit	320
A1.5	Funktionen von Zufallsvariablen	321
A1.5.1	Lineare Transformation	321
A1.5.2	Quadrat einer Zufallsvariablen	322
A1.5.3	Allgemeine Funktion $y = g(x)$	323
A1.6	Mehrdimensionale Verteilungen	325
A1.6.1	Dichte, Summenfunktion und Randverteilungen	325
A1.6.2	Bedingte Verteilungen	327
A1.6.3	Unabhängigkeit	329
A1.6.4	Funktionen mehrdimensionaler Verteilungen	330
A1.7	Teststatistiken zur Normalverteilung	332
A1.7.1	Die χ^2 -Verteilung	332
A1.7.2	Die t -Verteilung	336
A1.7.3	Die F -Verteilung	341
A1.8	Simulation	344
A1.8.1	Prinzip der Monte-Carlo-Simulation	344
A1.8.2	Erzeugung von Zufallszahlen mit vorgegebener Verteilung	345
A2	Anhang für Tabellen, Diagramme und Formulare	349
A2.1	Tabellen	350
A2.2	Diagramme	375
A2.3	Formulare	395
Literatur	407
Stichwortverzeichnis	411