

Jean-Pierre François

Oscillations en biologie

Analyse qualitative et modèles



Springer

Table des matières

1	Dynamique qualitative et théorie des oscillations	1
1.1	Les théorèmes fondamentaux : le théorème d'existence et d'unicité des solutions, le lemme de Gronwall, la dépendance régulière en fonction des données initiales et d'un paramètre	1
1.2	Flot, portrait de phase, points singuliers, section transverse, théorème de redressement du flot, ensemble ω -limite et α -limite, orbites périodiques et application de premier retour	4
1.3	Les champs de vecteurs du plan, exemples de points singuliers, les systèmes conservatifs et dissipatifs, les cycles limites	9
1.4	Le théorème de Poincaré-Bendixson	13
1.5	Indice et degré	15
1.6	La stabilité structurelle	18
1.7	La notion de forme normale	19
	Problèmes	20
2	La théorie de la stabilité	27
2.1	La stabilité des systèmes linéaires	27
2.2	La stabilité d'une solution, le cas d'un point singulier et le théorème de Poincaré-Lyapunov	28
2.3	La méthode directe de Lyapunov	31
2.4	Les variétés invariantes d'un point singulier	34
2.5	La stabilité asymptotique d'une solution générale, la stabilité orbitale	39
2.6	La théorie de Floquet d'une orbite périodique	39
2.7	Les variétés invariantes d'une orbite périodique	43
2.8	La phase asymptotique d'une orbite périodique	43
2.9	Persistance des points singuliers hyperboliques et des orbites périodiques hyperboliques, les variétés invariantes normalement hyperboliques	44

2.10	Attracteur, bassin d'attraction et multistabilité, points non errants, stabilité structurelle	48
	Problèmes	49
3	La théorie des bifurcations	53
3.1	Notions de déploiement universel et de codimension d'une bifurcation	53
3.2	Le théorème de Sotomayor, le pli, la bifurcation transcritique, la fonce et la fourche pour les champs de vecteurs généraux ..	53
3.3	Calculs explicites en dimension un	55
3.3.1	Bifurcation pli pour un système différentiel de dimension un	55
3.3.2	La bifurcation transcritique pour un système différentiel de dimension un	55
3.3.3	Bifurcation fonce pour un système différentiel de dimension un	56
3.4	La théorie des catastrophes de Thom	56
3.5	La bifurcation de Hopf	61
3.6	La théorie de Hopf-Takens et la théorie de Bautin	64
3.7	Bifurcations d'orbites périodiques	69
3.7.1	La bifurcation pli d'un cycle limite	69
3.7.2	Bifurcation de cycles limites par déformation continue d'une orbite périodique d'un système périodique.	70
3.7.3	La bifurcation homocline de champs de vecteurs du plan	71
3.7.4	Le doublement de période	71
3.8	La bifurcation de Bogdanov-Takens.	72
	Problèmes	74
4	La théorie classique des perturbations et les perturbations singulières	79
4.1	Un théorème de moyennisation de Fatou	80
4.2	Existence d'orbites périodiques	82
4.3	L'approximation au second ordre par la méthode de moyennisation pour le cas périodique.	83
4.4	La méthode de moyennisation dans le cas quasi périodique	84
4.5	Développements asymptotiques et solutions périodiques	87
4.6	L'approche à deux échelles de temps	88
4.7	La découverte des oscillations de relaxation	90
4.8	L'excitabilité d'un attracteur, le système de FitzHugh-Nagumo	92
4.9	L'approche générale des dynamiques lentes-rapides, les variétés lentes	93
4.10	Le théorème de Tikhonov	96
4.11	Systèmes lents-rapides génériques, théorie des singularités et formes normales au voisinage des points de décrochage et d'accrochage	100

Problèmes	102
5 Systèmes d'oscillateurs couplés	105
5.1 Couplage d'oscillateurs linéaires, les battements et les modes normaux.....	105
5.2 Systèmes d'oscillateurs conservatifs couplés	106
5.3 Coordonnées "amplitude-phase" au voisinage d'une orbite attractive.....	108
5.4 Accrochage des fréquences et accrochage des phases.....	108
5.5 Orbites périodiques des systèmes linéaires	110
5.6 Le théorème de Malkin dans le cas quasi-linéaire	112
5.7 Le théorème de Roseau.....	113
5.8 Stabilité de l'orbite périodique et accrochage des phases	118
5.9 Application à la perturbation d'un système autonome	120
5.10 Le nombre de rotation	121
Problèmes	125
6 Solutions ondes stationnaires et systèmes dynamiques	131
6.1 La méthode des caractéristiques, l'évolution des fronts d'onde, l'équation d'advection, l'équation de Burgers sans diffusion.....	131
6.2 Le système de Fermi-Pasta-Ulam et l'équation de Korteweg-de Vries	133
6.3 L'équation de Fisher	136
6.4 L'équation bistable	140
6.5 Trains d'ondes stationnaires engendrés par des équations de réaction-diffusion lorsque la dynamique de réaction a un cycle limite	144
Problèmes	145
7 Electrophysiologie, synchronisation et oscillations en salves	149
7.1 L'électrophysiologie de l'axone, le potentiel membranaire et les canaux ioniques, la forme du potentiel d'action et sa propagation.....	149
7.2 Le système de FitzHugh-Nagumo et les équations de Hodgkin-Huxley	153
7.3 L'électrophysiologie cardiaque, le noeud sinusal, les fibres de His, les ventricules	154
7.4 L'approche phénoménologique de Noble pour les fibres de Purkinje.....	155
7.5 Le modèle de Yanagihara-Noma-Irizawa pour le noeud sinusal	156
7.6 L'initialisation du rythme cardiaque dans le noeud sinusal	157
7.7 Arythmies du noeud auriculo-ventriculaire et applications du cercle	159

XII Table des matières

7.8 Quelques modèles physiologiques présentant des oscillations en salves	160
7.9 Oscillations en salves, quelques exemples mathématiques	163
Problèmes	165
Littérature	167
Index	177